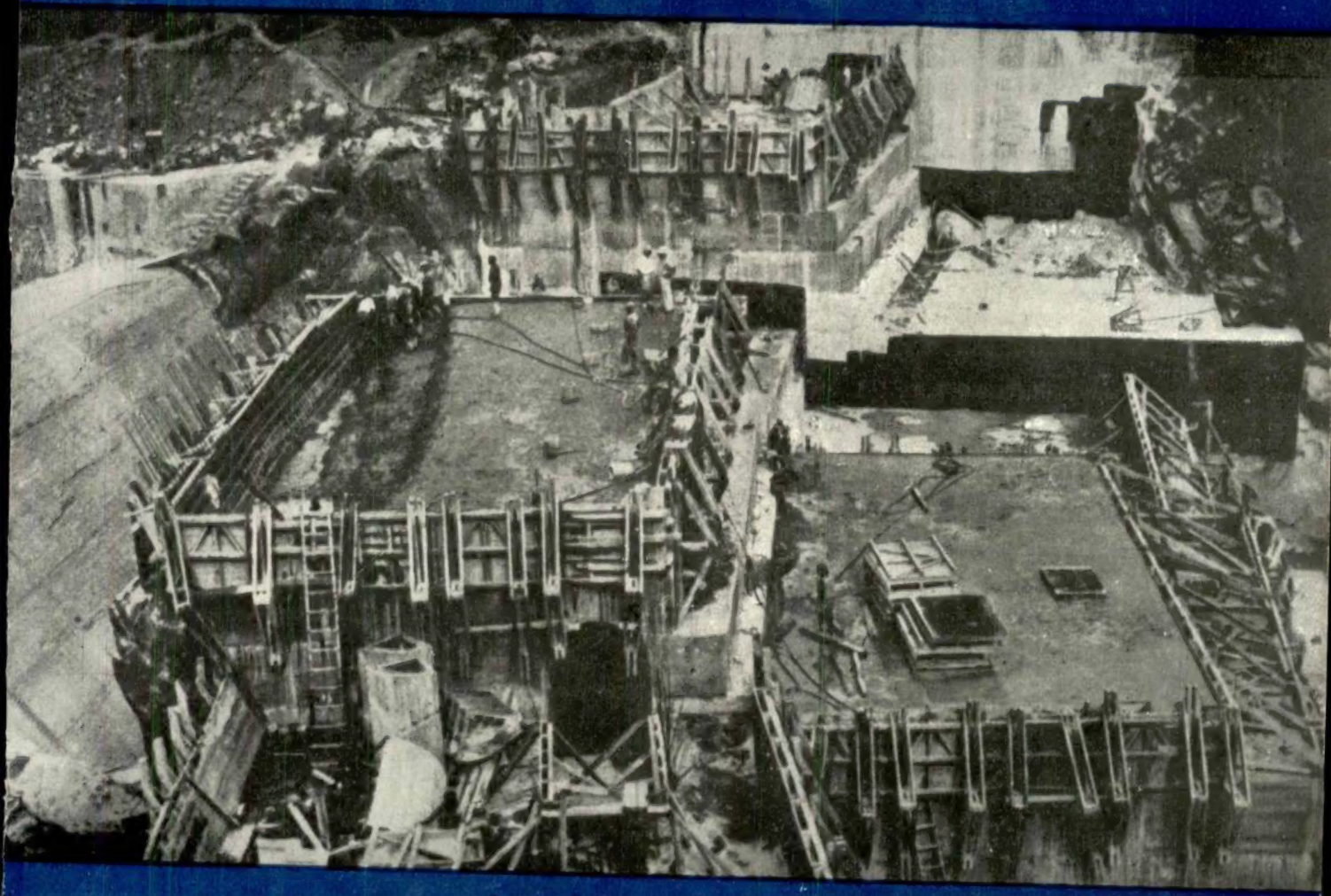
TÉCNICA



REVISTA DE ENGENHARIA
DOS ALUNOS DO I.S.T.

N.º 206-Novembro-1950

CIMENTO

SECIL

Fabricado pelos mais modernos processos e preferido para todos os trabalhos de responsabilidade.
Sacos de papel ou de juta com 50 Kg.
Barricas de 180 Kg.

S E C I L

COMPANHIA GERAL DE CAL E CIMENTO
RUA DO COMÉRCIO, 56, 3.º
LISBOA

Companhia União Fabril

Sede: Rua do Comercio, 49

LISBOA

O MAIOR AGRUPAMENTO INDUSTRIAL DA PENINSULA IBÉRICA

Fábricas em:
Alferrarede, Barreiro, Canas de Senhorim, Lisboa, Mirandela, Óbidos, Porto, Soure e Vila Nova de Gaia.

Superfosfatos, Sulfatos de Cobre, Enxofre, Sabões, Acidos, Oleos industriais e alimentares, Azeites, Torteame, Sacarias, Grossarias, Fios, Carpete- e Mangueiras.

Oficinas de:
Construções metalicas, Mecânica geral de Automoveis e Engrenagens

Fundição de:
AÇO, FERRO E OUTROS METAIS

Construção Naval

(Arrendataria do estaleiro naval da A. G. P. L.)

Metalurgia de Ouro e Prata — Refinação electrolitica

Cimento «Liz» hidrofugado «N»

PRÓPRIO PARA

IMPERMEABILIZAÇÃO DE OBRAS

REBOCOS, FUNDAÇÕES, PAREDES, ETC.

Substitue com vantagem de ordem técnica e económica todos os impermeabilizadores conhecidos.

Em sacos de papel de 50 quilos

Peçam instruções para o seu emprêgo

Sede: Rua do Cais de Santarém, 64, 1.º — LISBOA
Filial: Rua de Santo António, 190-A, 1.º — PORTO

Agentes em todo o Pais

NÚMERO
206
Novembro — 1950

TÉCNICA

REVISTA DE ENGENHARIA
DOS
ALUNOS DO INSTITUTO SUPERIOR TÉCNICO
Redacção e Administração: AV. ROVISCO PAIS, IST / LISBOA-N./ TEL. 70144 (linha 50)

DIRECTOR
LUIZ DA CUNHA FERRAZ

ADMINISTRADOR
MANUEL AGUDO MARQUES MAIA

CORPO REDACTORIAL
AURÉLIO GALHARDO COELHO
ROGÉRIO DA TRINDADE E LIMA
CARLOS ROSMANINHO
FERNANDO FARIA

NÚMERO AVULSO 9$00

ASSINATURAS:

	3 N.os	6 N.os	12 N.os
Continente e Ilhas	25$00	45$00	85$00
Colónias Portuguesas e Estrangeiro	—	50$00	90$00

EDITOR E PROPRIETARIO
ASS. DOS ESTUD. DO I. S. T.

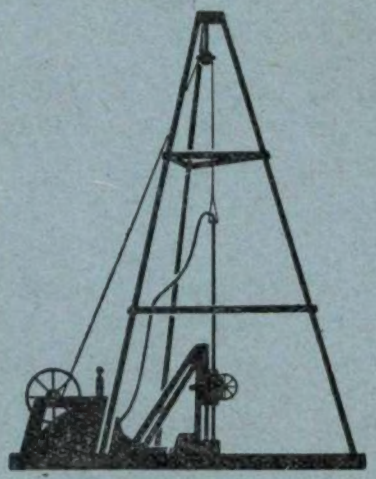
COMPOSTO E IMPRESSO
NA
Tip. JORGE FERNANDES, L.DA
RUA CRUZ DOS POIAIS, 103
LISBOA

SUMÁRIO

CAPA — Barragem dos Madubas — ANGOLA. Uma fase da construção.

		Págs.
As restrições do consumo de energia eléctrica e a interligação	Eng.º José Ferreira Dias Júnior	55
Conferências do Laboratório de Engenharia Civil		70
Defesa antisísmica	Abel Cardoso	71
Síntese do amoníaco	Eng.º Henrique Marques Pereira	87
Curso sobre o emprego da cortiça nos isolamentos térmicos e fónicos	Eng.º Alfredo B. de Andrade	108
Do Mundo Técnico		115
Biblioteca		117

OS ARTIGOS PUBLICADOS NESTA REVISTA SÃO DE EXCLUSIVA RESPONSABILIDADE DOS AUTORES



RODIO

As melhores referências
no país e no estrangeiro

SONDAGENS RODIO, Limitada

Sondagens geológicas, estudo da resistência e permeabilidade de terrenos; laboratório geotécnico

Pesquisas de água.

Consolidação e impermeabilização de terrenos e de obras por meio de injecções de cimento, produtos químicos, argila activada, emulsão betuminosa Shellperm, etc.

Estacas de betão armado, sistema **Ródio** moldadas no solo sem trepidações.

Rebocos comprimidos por «cement gun»

Fundações em terrenos difíceis quer por congelação artificial, quer por abaixamento do lençol de água.

Sócio gerente residente em Portugal:
Walter Weyermann, Eng. civil

R. S. Mamede ao Caldas, 22, 3.º — LISBOA

Tel. 2 8685

CIBRA

CIMENTOS PORTLAND BRANCOS

PATAIAS LUSO

Bons entre os melhores

PARA ACABAMENTOS

PEDRA ARTIFICIAL E MOSAICOS

TRABALHOS MARÍTIMOS

PISTAS E FAIXAS DE ROLAGEM

OBRAS DE RESPONSABILIDADE

Rua Vitor Cordon 1, 2.º — LISBOA

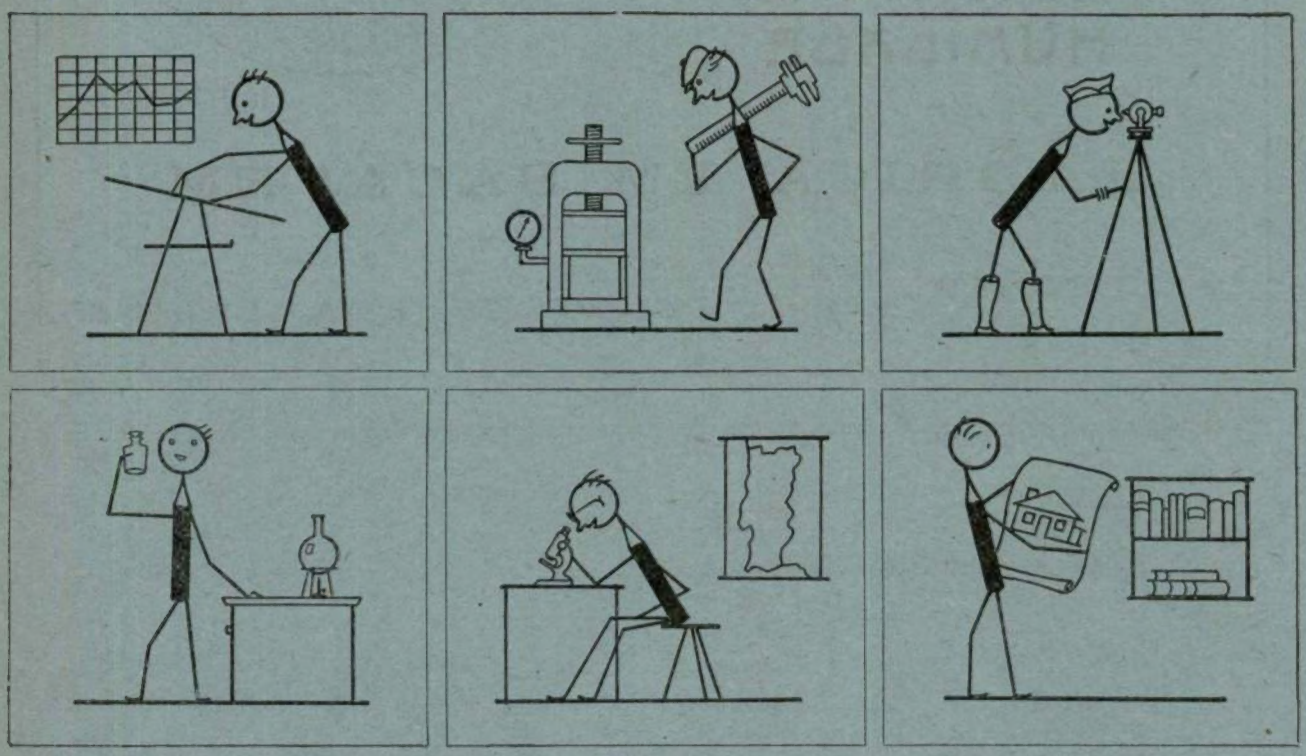
TELEFONES 30765/2 linhas

Pimentel & Casquilho, Lda.

LISBOA

Rua Eugénio dos Santos, 75

Telef. 2 4314 Teleg. TECNA



Fornecedores de:

REPARTIÇOES DO ESTADO
OBRAS PÚBLICAS DE FOMENTO
EMPRESAS CONCESSIONÁRIAS
INSTITUTOS DE INVESTIGAÇÃO
ACTIVIDADES INDUSTRIAIS
ENGENHEIROS — ARQUITECTOS
ESTABELECIMENTOS DE ENSINO

Nos ramos de:

INSTRUMENTOS DE PRECISÃO
MATERIAL TOPOGRÁFICO
MATERIAL PARA DESENHO
APARELHOS DE LABORATÓRIO
INSTRUMENTOS ÓPTICOS
FERRAMENTAS DE MEDIÇÃO
PAPELARIA E LIVRARIA TÉCNICAS

A casa onde todos os técnicos encontram o SEU ambiente

Para impermeabilizar terraços, paredes, fundações, etc.

CONTRA A HUMIDADE

EMPREZA DE PRODUCTOS ASFÁLTICOS
IMPERMEABILISADOR
IMEPA
RUA FILIPE FOLQUE, 10-1.º-LISBOA

FABRICA EM SACAVÉM

TELEFONES { 4 2651 / 4 2156 TELEG. EPALDA—LISBOA

THE ENGLISH ELECTRIC COMPANY LIMITED

FÁBRICAS EM BRADFORD, LIVERPOOL, PRESTON, RUGBY E STAFFORD

INGLATERRA

TURBINAS A VAPOR E HIDRÁULICAS
ALTERNADORES
TRANSFORMADORES
DISJUNTORES
MOTORES ELÉCTRICOS E DIESEL
GRUPOS DIESEL-ELÉCTRICOS
LOCOMOTIVAS ELÉCTRICAS E DIESEL-ELÉCTRICAS
APARELHAGEM DE SOLDADURA
MUTADORES DE VAPOR DE MERCÚRIO
APARELHAGEM PARA USOS DOMÉSTICOS
EQUIPAMENTO ELECTRÓNICO
ETC., ETC.

Fornecedores do equipamento hidráulico, mecânico e eléctrico das Centrais do Castelo do Bode e Cávado

REPRESENTANTES:

MONTEIRO GOMES, L.DA

RUA CASCAES, 47 (ALCANTARA) — LISBOA

FORNOS ELÉCTRICOS PARA TRATAMENTOS TÉRMICOS

Os fornos BIRLEC são usados extensivamente nas importantes indústrias de máquinas e metais em todo o mundo, permitindo um tratamento térmico preciso, uniforme e económico, incluindo: —

Temperar e revenir ferramentas e peças na grande produção.
Recozer chapas, fita, arame, etc., sem oxidação.
Tratamento de alumínio e ligas leves.
Cementar por carburização, cianidização e nitrificação.
Soldar cobre e prata.
Tratamento térmico de lingotes não-ferrosos para laminagem e extrusão.
Aquecimento por indução a alta frequência para todos os fins.

Fornos especiais, tipo transportador para grandes produções

BIRLEC **LIMITED**

Agentes:

AHLERS, LINDLEY, L.DA

Rua do Ferregial de Baixo, 33-2.º — LISBOA

Telef. 21321/4

Agentes para os fornos eléctricos de fundição:

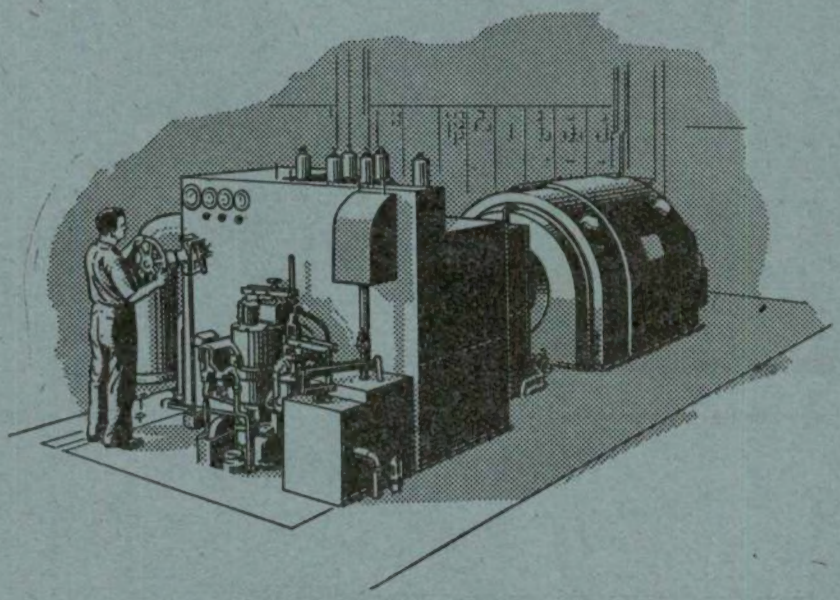
GENERAL ELECTRIC PORTUGUESA, S. A. R. L.

Rua do Norte, 5 — LISBOA

Telef. 28135/6

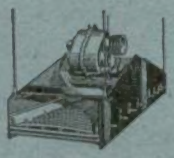
ALLIS-CHALMERS

O fabricante da mais vasta linha de equipamento industrial do mundo



Equipamento eléctrico

Transformadores



Crivos

Centrais

Motores

TURBINAS DE VAPOR DE EFICIÊNCIA COMPROVADA

Há mais de 40 anos que as turbinas de vapor da Allis-Chalmers gozam do prestígio devido à sua segurança, eficiência e funcionamento económico.

Entre outros aperfeiçoamentos, incluem pás de ligas de alta duração, trabalhadas individualmente e carcassas de aço cromo-molibdénio especialmente projectadas para funcionamento a alta temperatura.

Fornecemos instalações completas de turbo-geradores.

Quando se trate de Maquinaria, queira consultar-nos:

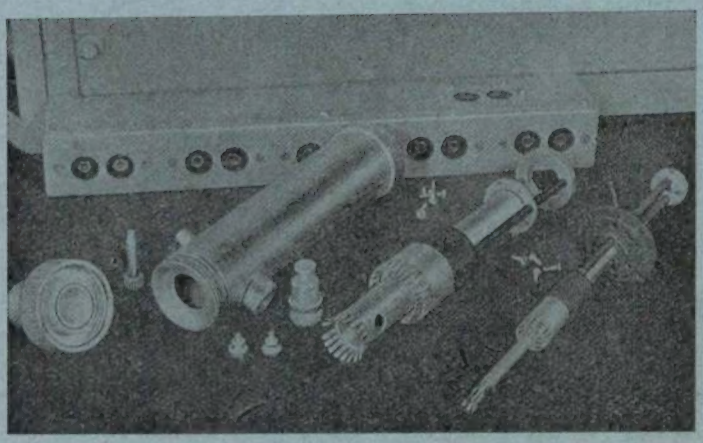
Como representantes da Allis-Chalmers, podemos oferecer-lhe tudo o que necessita de equipamento industrial de importância fundamental. Consultando-nos receberá pronta atenção.

ESTABELECIMENTOS HEROLD, LIMITADA

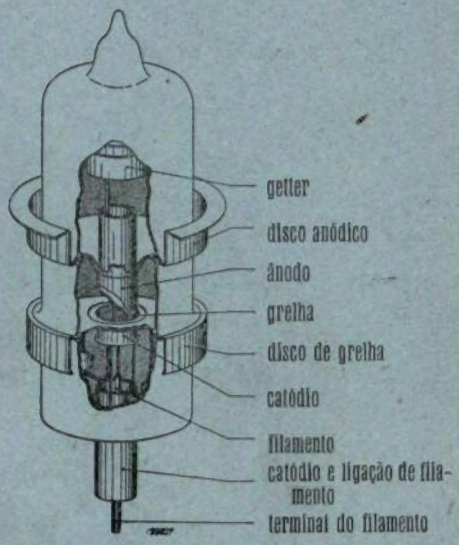
Rua dos Douradores, 7 Lisboa Telef. 2 4221/3

EIS UM EXEMPLO DA TÉCNICA ELECTRÓNICA

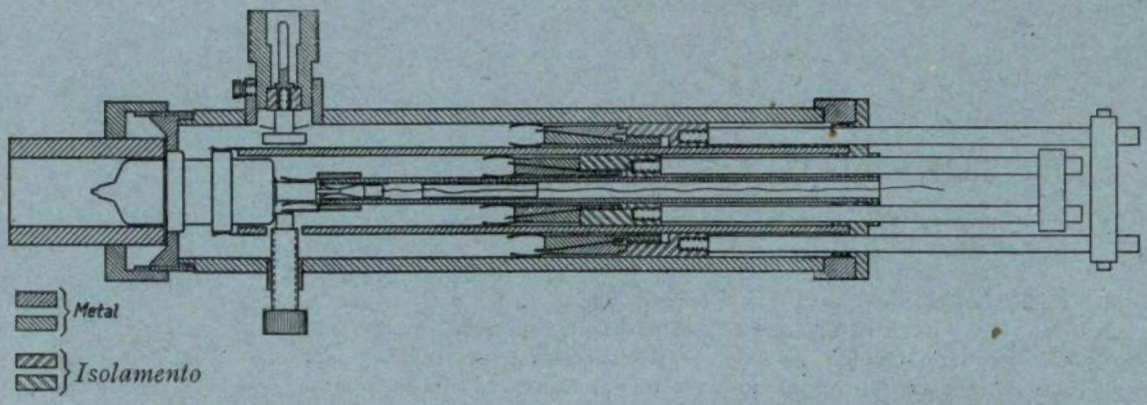
PHILIPS...



Fotografia das peças da linha coaxial do oscilador



Válvula EC 55



Corte de um Oscilador de ondas ultra-curtas, trabalhando entre 750 e 1250 Mc/s (comprimento de onda de 40 a 25 centímetros).

Uma aplicação da válvula E C 55, um tríodio de concepção revolucionária, especialmente construído para funcionar em circuitos coaxiais, que, sob uma tensão anódica de 300 Volts, é susceptível de fornecer uma saída útil de 2,8 W a 1000 Mc/s ($\lambda = 30$ cm) e 0,5 W a 3000 Mc/s ($\lambda = 10$ cm).

Esta válvula não é um exemplo isolado; pelo contrário, integra-se na perfeição construtiva das novas séries miniatura Philips «Miniwatt».

Se está interessado na elaboração de projectos à base de ondas ultra-curtas, se necessita de adquirir aparelhagem de medidas para fins especiais, ou, numa palavra, se qualquer problema dentro do vasto raio de acção da ciência electrónica o interessa, a

SECÇÃO ELECTRÓNICA DA

PHILIPS PORTUGUESA, S. A. R. L.

Prestar-lhe-á todos os esclarecimentos necessários, e porá à sua disposição toda a documentação técnica disponível.

L. M. ERICSSON

STOCKHOLM SUÉCIA

- INSTALAÇÕES TELEFÓNICAS DE TODOS OS SISTEMAS
- SISTEMAS TELEFÓNICOS POR ALTA FREQUÊNCIA
- SISTEMAS DE SINALIZAÇÃO
- INSTALAÇÕES DE VIGILANCIA E DE CONTROLE A DISTÂNCIA
- SISTEMAS DE RADIOCOMUNICAÇÕES E SONORIZAÇÃO, RECEPTORES
- INSTRUMENTOS DE MEDIDA E CONTADORES ELÉCTRICOS
- PRENSAS HIDRÁULICAS E MÁQUINAS PARA ENSAIO DE MATERIAIS

CONDENSADORES PARA CORRIGIR O FACTOR DE POTÊNCIA

- MOTORES ELÉCTRICOS
- DIVERSA APARELHAGEM TELEFÓNICA E ELÉCTRICA
- FIOS E CABOS TELEFÓNICOS E ELÉCTRICOS

Agentes Gerais em Portugal:

SOCIEDADE HERRMANN L.DA

Calçada do Lavra, 6 — LISBOA

Telefones { **2 3168** / **2 3169** **Telegramas: LAVRA**

Oficina de construção e reparação de material telefónico e eléctrico

FUSOS MAIS LEVES MAIOR RENDIMENTO

O fuso de fiação é um dos mais rápidos maquinismos industriais — atinge para cima de 10.000 rotações por minuto.

Os óleos Gargoyle Velocite de grande fluidez e excepcional poder lubrificante, permitem o movimento leve do fuso, reduzindo o atrito ao mínimo.

A tenaz aderência dos óleos Gargoyle Velocite ao metal assegura redobrada protecção do fuso, evitando assim vibrações destructivas.

Finalmente, a grande facilidade com que se lavam as nódoas do Gargoyle Velocite no fio, são ainda mais um factor a seu favor.

A Socony-Vacuum oferece a V. Ex.ª:

1. O estudo permenorizado das suas máquinas sob o ponto de vista da lubrificação racional.
2. A recomendação dos lubrificantes adequados às várias funções.
3. O conselho técnico em todos os problemas da especialidade.
4. Assistência na armazenagem e manipulação de lubrificantes.
5. Cooperação aturada com o pessoal técnico da fábrica.
6. Relatórios sobre os resultados obtidos.

COMBATA O ATRITO COM A LUBRIFICAÇÃO RACIONAL

GARGOYLE

GARGOYLE lubrificantes

SOCONY-VACUUM OIL COMPANY, INC.

2323

TÉCNICA

LUIZ DA CUNHA FERRAZ
DIRECTOR

ANO XXVII - N.º 206 NOVEMBRO 1950

AS RESTRIÇÕES DO CONSUMO DE ENERGIA ELÉCTRICA E A INTERLIGAÇÃO

PELO ENG.º JOSÉ FERREIRA DIAS JÚNIOR
Prof. do I. S. T.

C. D. 621.311.163

Conferência realizada no Instituto Superior Técnico em 19 de Maio de 1950, a convite da Associação dos Estudantes do I. S. T.

A A. E. I. S. T. pediu-me que viesse tomar parte nesta série de conferências para dizer umas palavras sobre a causa das restrições do consumo de energia eléctrica e a influência da interligação. O tema foi-me dado pela própria Associação, e não sei se o fez como vingança de algum ponto de exame mais difícil... O assunto em si é ingrato, porque é sempre ingrato recordar coisas tristes; no entanto, procurarei explicar este assunto triste o mais alegremente possível.

Desde cerca de 1943, que nas redes do Norte do País se começaram a notar dificuldades no abastecimento durante o verão. Por isso, em Maio de 1944, foi criada a Comissão de Interligação das Centrais do Norte com o objectivo de coordenar o trabalho das várias empresas para conseguir fazer o melhor aproveitamento dos recursos energéticos e repartir a energia disponível, o mais equitativamente possível. Essa Comissão de Interligação abrangia a central do Lindoso e a linha de 120 kV, Lindoso-Porto, da Electra del Lima; a União Eléctrica Portuguesa com a sua central térmica do Freixo e a linha de 60 kV, Porto-Condeixa; a CHENOP com os seus sistemas hidráulicos do Varosa e do Ermal, a central térmica de Caniços e as linhas de 60 kV, Varosa-Caniços--Porto e Ermal-Caniços, e mais recentemente a linha Varosa-Gumiei; abrangia o sistema da Serra da Estrela com o grupo das suas 4 centrais mais a linha de 60 kV, Seia-Gumiei, e a linha de 40 kV para Unhais da Serra; a Companhia Eléctrica das Beiras com a central de Santa Luzia, a linha de 40 kV de Unhais da Serra a Santa Luzia e as linhas de 60 kV, Santa Luzia-Lousã-Coimbra e Lousã-Castelo do Bode; e mais a central térmica do Porto (central de Massarelos), pertencente nessa data à Companhia Carris do Porto e hoje integrada na Câmara Municipal.

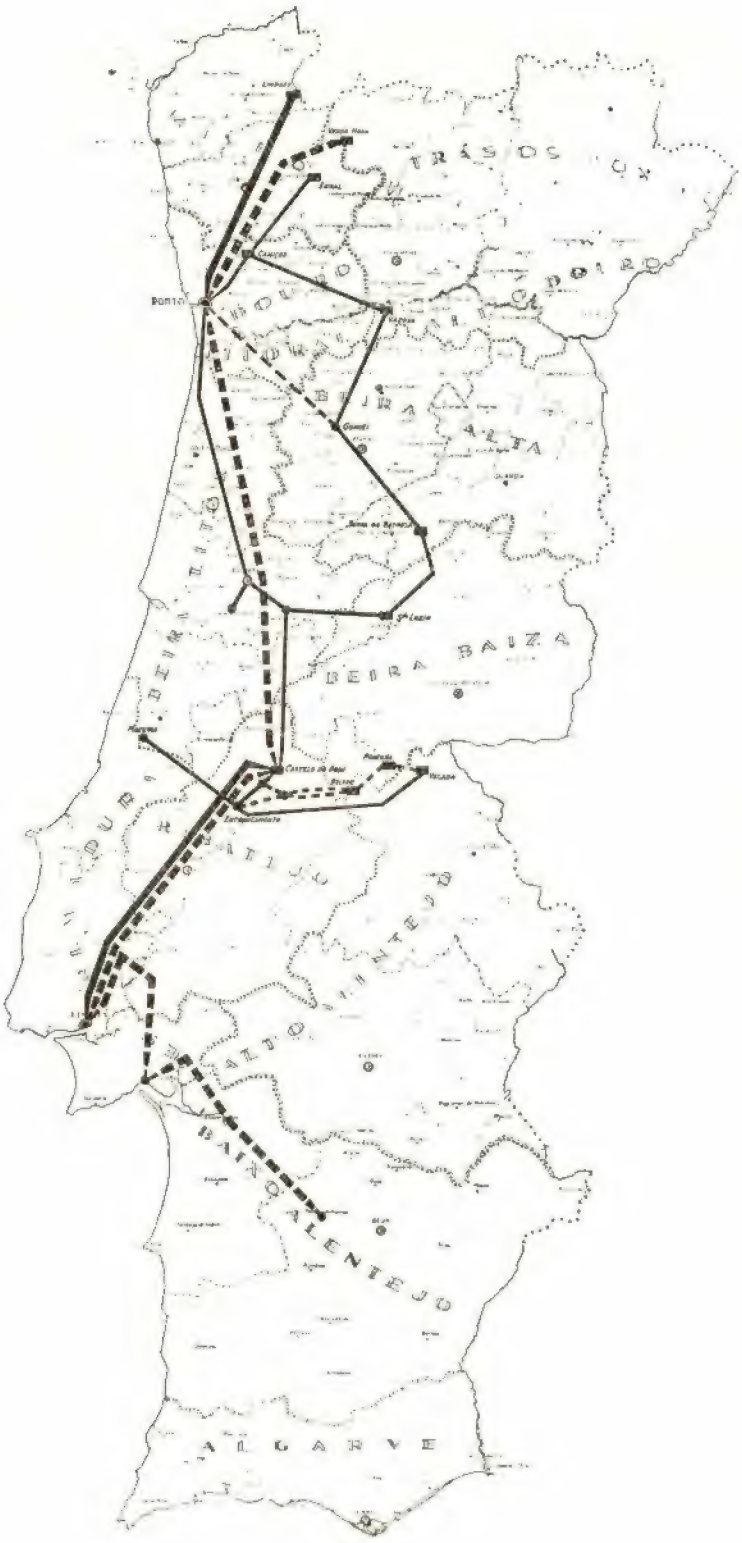


Fig. 1

O mapa da Fig. 1 representa-nos as principais linhas de transporte e de interligação existentes ou em construção.

Ora o assunto de que vamos tratar aborda concretamente o que se passou no verão do ano findo na rede comandada por esta Comissão de Interligação.

A Fig. 2 mostra-nos o que teria sido o diagrama provável do verão de 1949 no conjunto das redes citadas, se não tivesse havido restrições. Este diagrama foi traçado a partir de elementos dos anos anteriores com um crescimento normal de 6 % sobre o ano de 1948 (canto superior esquerdo da figura).

Como se vê, é um diagrama clássico de verão com o seu vazio da noite, a ponta industrial da manhã, o vazio do meio-dia, a ponta industrial da tarde, o vazio da tarde e a ponta de iluminação. Este diagrama tem uma área de 1 250 000 kWh; tal seria portanto o consumo normal de um dia de verão no ano passado. Mas as dificuldades de abastecimento obrigaram a restrições, e a dureza das restrições necessárias determinou que se actuasse simultaneamente sobre a redução das pontas do diagrama, por escassez de potência, e sobre a área por escassez de energia disponível. Houve portanto que actuar nos dois sentidos. E para termos uma ideia do que se passou, vamos começar por fazer uma resenha rápida das principais limitações de consumo que foram postas em vigor.

As restrições começaram no dia 7 de Março e nesse dia foi determinado que as diversas linhas de distribuição, pertencentes ao sistema que enunciei, fossem divididas em quatro grupos e que em cada grupo a corrente fosse cortada 2 horas e meia por dia, no período das 7,30 h. às 17,30 h. Além disso, proibiu-se a iluminação de montras e anúncios depois das 22 h. e obrigou-se a indústria da moagem a trabalhar exclusivamente de noite no período das 21 h. às 7,30 h. Em 21 de Março as restrições agravaram-se. A indústria foi proíbida de trabalhar fora do horário das 8 às 12 h. e das 13 às 17 h.; proibiu-se totalmente a iluminação de montras e anúncios; nas casas de espectáculos reduziram-se os intervalos a um com a duração máxima de 10 minutos; reduziu-se de 50 % a iluminação pública e igualmente de 50 % a iluminação de cafés, esplanadas e restaurantes. Depois, no dia 6 de Maio, as linhas de distribuição foram classificadas em 2 grupos, e no período das 8 às 17 h. fez-se o corte de cada grupo durante 4 horas e meia; a indústria autorizada a trabalhar com 3 turnos de pessoal viu restringido o seu 2.º turno ao trabalho das 22 às 2,30 h. e o 3.º turno das 2,30 às 7 h.

Para dar a noção perfeita do que representou a variação do diagrama com as restrições determinadas até esta data, desenhou-se na parte central da Fig. 2 o diagrama do dia 10 de Maio. Como vêem, obtém-se uma figura de forma um tanto caprichosa, com redução considerável da ponta e com redução considerável da área. Esta representa apenas 1 007 000 kWh.

Como foi satisfeito este diagrama? Na parte inferior da figura estão indicadas as várias centrais que colaboraram na alimentação daquela rede. Verificamos assim que neste dia a base do diagrama foi feita pelas térmicas de Caniços, Freixo e Massarelos trabalhando a plena potência com um diagrama quase rectangular de 24 h. por dia (apenas na central do Freixo notamos um pequeno abaixamento de potência entre as 4 e as 7 h.). Aparece depois a Serra da Estrela dando-nos também um diagrama de base mas com ordenada insignificante. A fazer pontas aparece-nos Lindoso que satisfaz uma carga considerável desde as 8 h. até cerca de meia noite; Santa Luzia não produziu nada nesta ocasião e as 2 centrais de Varosa e do Ermal limitaram-se a fazer duas pequenas pontas de manhã e de tarde como está representado.

Mas as dificuldades continuaram e portanto as restrições continuaram a aumentar. No dia 4 de Junho a indústria foi considerada dividida em 2 grupos e o trabalho noturno autorizado em cada grupo apenas 3 noites por semana. Depois, em 11 de Julho, os cortes de corrente que estavam em 4 horas e meia por dia foram ampliados para 5 horas. No dia 18 de Julho, mantendo-se as restrições anteriores, proibiu-se o trabalho industrial 24 horas seguidas por semana, isto é, as indústrias foram classificadas em 6 grupos e em cada grupo foi proibido o trabalho um dia por semana. A indústria dispondo de centrais próprias foi desligada da rede pública, para que cada um se governasse como

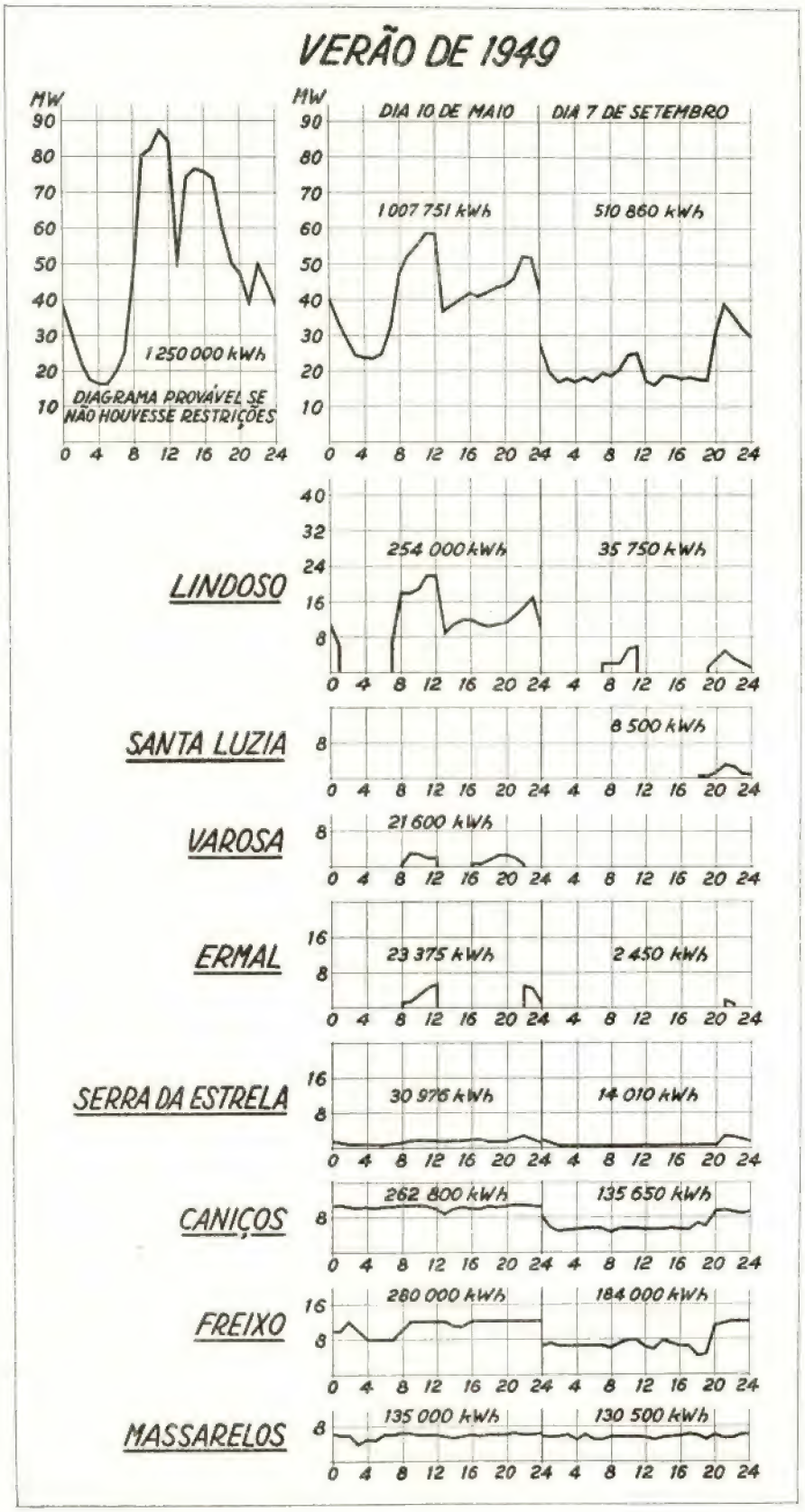

VERÃO DE 1949
MW
1 250 000 kWh
DIAGRAMA PROVÁVEL SE NÃO HOUVESSE RESTRIÇÕES
DIA 10 DE MAIO
DIA 7 DE SETEMBRO
1 007 751 kWh
510 860 kWh
LINDOSO
254 000 kWh
35 750 kWh
SANTA LUZIA
8 500 kWh
VAROSA
21 600 kWh
ERMAL
23 375 kWh
2 450 kWh
SERRA DA ESTRELA
30 976 kWh
14 010 kWh
CANIÇOS
262 800 kWh
135 650 kWh
FREIXO
280 000 kWh
184 000 kWh
MASSARELOS
135 000 kWh
130 500 kWh

Fig 2

pudesse. No dia 8 de Agosto houve uma mudança de critério, e em vez de se suspender totalmente o trabalho 24 horas seguidas, voltou-se a fazer a ligação de todas as linhas 6 dias na semana, mas, no período das 7 às 20,30 h., cada grupo de redes estava apenas ligado 4 horas e meia, quer dizer, havia portanto um corte de 9 horas. O trabalho nocturno foi autorizado entre as 23 e as 7 horas da manhã, mas só 2 noites por semana em cada indústria, estando esta portanto dividida em 3 grupos.

Chegámos por fim ao dia 5 de Setembro em que se determinam as máximas restrições. As linhas foram ligadas entre o período das 7 às 19 h. apenas 6 horas por dia mas só 3 vezes por semana. Quer dizer, havia 3 dias na semana em que era proibido o trabalho industrial em cada grupo de indústrias. O trabalho nocturno foi limitado das zero às 7 h. e só em 2 noites por semana.

Para dar ideia da influência que isto teve, desenhou-se do lado direito da Fig. 2 o diagrama do dia 7 de Setembro. Como vemos, o diagrama sofreu nova redução sensível, tanto na ponta como na área, que ficou reduzida a 510 000 kWh, isto é, a pouco mais de um terço do que seria o consumo provável se não tivesse havido restrições.

E como foi satisfeito este diagrama? Vemos na figura que continuam as 3 centrais térmicas a fazer a base, embora Caniços e Freixo não tivessem tido a mesma regularidade de marcha que tiveram em Maio, possívelmente Caniços por falta de água de refrigeração, talvez o Freixo por qualquer pequena avaria transitória; mas apesar dessa irregularidade ainda foram as 3 centrais que mantiveram a base do diagrama. A Serra da Estrela continua a dar um diagrama de base com ordenada pequeníssima. E das restantes centrais, Varosa não produziu nada e as outras limitaram-se a dar umas pequenas pontas, Lindoso de manhã e de tarde, Santa Luzia apenas à tarde, o Ermal apenas uma ponta modestíssima, também à tarde.

É preciso dizer-se que este foi o pior diagrama do ano, porque pouco depois as coisas começaram a melhorar. No dia 11 de Setembro foi autorizada a indústria a trabalhar com o horário de dias úteis em domingos alternados. Em 23 de Setembro as linhas passaram a estar ligadas todos os dias 4 horas e meia por dia no período das 7 às 20,30 h. e o trabalho nocturno passou a ser autorizado 3 noites por semana. Em 28 de Setembro o período de ligação de cada uma das linhas passou para 6 horas por dia, estando as linhas, portanto, divididas em 2 grupos; no período de 12 h. cada um dos grupos estava desligado 6 h. O trabalho nocturno passou a ser autorizado todas as noites.

Finalmente, em 25 de Outubro, as restrições acabaram pràticamente, mas ficam ainda algumas limitações. Dividiu-se a indústria em 2 grupos e obrigaram-se esses 2 grupos a trabalhar com o horário desfasado de 1 hora, com o fim de conseguir um certo factor de diversidade que permitisse o abaixamento da ponta. Com o mesmo objectivo foi proibida a moagem de trabalhar entre as 7 e as 12 h., quer dizer, a moagem, que inicialmente tinha trabalhado só de noite, passou a ser autorizada a trabalhar mesmo de dia com exclusão do período das 7 às 12 h., isto evidentemente para evitar o mais possível o aumento da ponta da manhã. Finalmente, foi em 22 de Novembro que estas pequenas restrições se eliminaram e se entrou em regime normal de abastecimento.

Para materializar numa ideia de conjunto a influência destas restrições, tenho aqui a montanha de cargas dos Serviços Municipalizados de Electricidade da Câmara Municipal do Porto que se ocupam principalmente da distribuição em baixa tensão no concelho. Para dar noção da escala, indicarei que esta ponta máxima do ano corresponde a uma ordenada de 26 300 kW. Ora bem, se olharmos para esta montanha de cargas correspondente a 1949, começamos por verificar que no espaço relativo aos meses de Março e Abril o diagrama nos aparece com uma fatia cortada na parte da manhã. Depois, na zona correspondente aos meses de Maio e Junho o diagrama apresenta-se com as ordenadas fortemente reduzidas, quer dizer, houve durante todo o período diurno fortes restrições.

Segue-se o período relativo aos meses de Julho e Agosto em que se encontra na montanha um abismo insondável; a corrente estava pràticamente cortada todo o dia. Depois, nos meses de Setembro e Outubro as coisas melhoraram um bocadinho, embora ainda com restrições severas e, finalmente, no fim de Outubro o diagrama retoma a sua forma normal. No meio de toda esta desgraça, verifica-se como curioso que na noite de S. João se consentiu largo aumento de consumo. Valha-nos isso.

Como se vê o quadro é negro, e digo que é negro, acima de tudo, porque esta situação criou indiscutìvelmente muitos atritos e muitas dificuldades. Vou citar alguns. Por um lado, é compreensível que os aborrecimentos e prejuízos que sofreram os consumidores os tivessem levado a protestos ruidosos. Se esses protestos não foram mais ruidosos ainda, a coisa deve-se talvez a que com a aplicação das restrições coincidiu uma certa crise na indústria têxtil, que consome cerca de 40 % da energia desta área. Depois, outros atritos se levantaram porque, como sempre, aparecem pessoas a perguntar de quem é a responsabilidade, pois é imensamente cómodo perguntar *a posteriori* quem é o responsável por qualquer coisa que acontece; mas é natural que essas pessoas, muito interessadas em conhecer o culpado, se estivessem em situação de tomar providências e uma meia duzia de anos antes alguem lhes tivesse chamado a atenção para o que havia de acontecer (porque estas coisas só têm mérito quando previstas com cinco ou seis anos de antecedência para poderem ser evitadas), é natural que essas pessoas, repito, não tivessem mesmo acreditado no que se lhes dizia, o que, aliás, tem acontecido e continua a acontecer a muito boa gente. Por último, levantaram-se discussões, nem sempre suaves, sobre o critério das restrições. É evidente que as restrições que enunciei se tomaram com um determinado objectivo de afectar mais ou menos determinado grupo de consumidores. Mas é também evidente que não se obteve unanimidade de pontos de vista sobre o critério que se seguiu, e que houve portanto atritos na discussão desses pontos de vista. Estes atritos levantaram-se principalmente à roda do seguinte tema: o que deve sacrificar-se mais, o consumo industrial ou o consumo doméstico? E à volta disto, pelo que ouvi, percebi terem-se desenhado duas correntes. As entidades oficiais, de uma forma geral, defendiam o ponto de vista de que embora o trabalho industrial, e deste modo o consumo industrial, seja extremamente respeitável porque representa o trabalho da Nação, a verdade é que numa área como a do Norte do País em que a electrificação doméstica já atingiu um certo nível, é doloroso cortar completamente o fornecimento para este fim; a doutrina desta corrente de opinião era de que a coisa devia temperar-se e aplicarem-se simultaneamente restrições dum lado e do outro, sem eliminar completamente qualquer deles. Mas havia a corrente oposta, principalmente defendida pelas empresas ou pelo menos por algumas empresas distribuidoras, alegando que o importante é o consumo industrial e que é esse que devemos defender; o consumo doméstico não merece ter as mesmas prerrogativas, pelo que deveria ser totalmente eliminado. E daqui resultaram polémicas e irritações.

Ora devo esclarecer que o consumo industrial paga em média uma tarifa mais alta que o consumo doméstico. Mas é claro que isto é pura coincidência; a doutrina é que vale.

Estava-se portanto em face dum diagrama como o da direita da Fig. 2. Estava-se perante uma situação difícil, e quando os homens se sentem perante uma dificuldade procuram ansiosamente libertar-se dela e procuram portanto soluções de emergência.

Mas essas soluções de emergência, próprias do estado de guerra, são, em tal conjuntura, aceites como naturais, mesmo sendo duras; mas quando transplantadas para o período de paz, tomam às vezes aspectos exóticos e, porventura, levemente humorísticos. Isto vem a propósito da ideia, que se proclamou e chegou a dar notas oficiosas, de mandar vir da América uma barcaça contendo a bordo 15 000 kW de motores Diesel, barcaça

que ancoraria no rio Douro e que por meio de um cabo injectaria a sua potência na rede do Norte. É claro que a solução não é má só pelo facto de ser pitoresca; a solução é má, a meu ver, porque era cara, pois ouvi dizer que custaria à roda de 100 000 contos a pagar em 2 anos. Eu não sei bem quem pagava essa importância nem sei mesmo se a coisa chegou a ser esclarecida nas longas reuniões que houve. O que sei é que, felizmente, circunstâncias e dificuldades de vária ordem impediram que o feito se consumasse. Dou graças a Deus por isso ter acontecido, porque doutra maneira teria nascido nova dificuldade a vencer.

Ficou assim esboçado o panorama do que se passou no Norte do País no verão de 1949. Julgo que merece que todos ponham os olhos nele. E agora, depois de apresentado concretamente este quadro que, como vêem, não é alegre, nasce então a famosa pergunta: E de quem é a culpa? Perante esta pergunta, há uma resposta cómoda que tem, ou parece ter, uma lógica de ferro: a culpa é da estiagem. De facto, esta resposta parece indiscutível porque, como toda a gente verifica que, quando começa a chover copiosamente, as restrições desaparecem, é perfeitamente natural que seja corrente afirmar que a culpa é da falta de chuva; parece haver aqui uma relação de causalidade insofismável. Esta afirmação contém inegàvelmente uma grande parcela da verdade, mas para pôr o problema com toda a verdade é preciso responder a esta outra pergunta: E a estiagem é a única responsável? A estiagem não tem cúmplices? É a isso que vamos procurar responder. E começo por dar a resposta: a estiagem é culpada, mas a estiagem tem 2 cúmplices: a insuficiência de potência instalada e a insuficiência de interligação. Vou tentar mostrar que é assim.

Analisemos o que se passou na zona da Comissão de Interligação das Centrais do Norte no inverno de 1949-50. Para o documentar olhemos o diagrama do dia 14 de Dezembro (Fig. 3, lado direito), dia em que se verificou a máxima ponta: 106 000 kW, perto do meio dia, o que significa tratar-se da ponta industrial da manhã. Verifica-se que este diagrama tem uma área de 1 702 000 kWh. Como foi ele satisfeito? Estão desenhados na mesma figura os diagramas parcelares de cada uma das centrais que colaboraram na alimentação da rede. Colocando-nos dentro duma doutrina apertada, perguntemos: que centrais deviam ter suportado esta ponta?

Dentro dessa doutrina apertada, esta ponta devia ter sido suportada pelas centrais hidráulicas preparadas para trabalhar durante todo o ano. Essas centrais são: Lindoso, o conjunto Varosa-Ermal, que constitui a CHENOP, e a Serra da Estrela. Mas o que verificamos? Verificamos que, nesta ponta de 106 000 kW, estas centrais participaram da seguinte maneira: Lindoso com a sua plena potência de 42-43 000 kW; o grupo Varosa-Ermal com uma potência da ordem de 26 000 kW (o grupo Varosa-Ermal tem a potência teórica de 32 000 kW, mas não consegue na realidade dá-la, indo no máximo a 28 ou 29 000 kW, o que quer dizer que por qualquer motivo que desconheço há aqui uma quebra de 2 a 3 000 kW). A Serra da Estrela colaborou com uma ponta da ordem de 11 a 12 000 kW, mas a Serra da Estrela tem uma potência teórica de 17 000 kW, o que quer dizer que há uma quebra de 5 000 kW. Esta quebra de 5 000 kW resultou da insuficiência de interligação, visto que a linha de 60 000 V para o Varosa ainda não estava construída na data em que isto se passou e, portanto, a energia da Serra da Estrela, para ir para o Norte, tinha que passar pela linha de 40 000 V que é comum com o abastecimento da Covilhã, vir depois a Santa Luzia, ser transformada para 60 000 V e vir depois por uma longa linha de 60 000 V para o Norte. Nestas condições, a Serra da Estrela não teve possibilidade de fazer uma ponta superior aos 12 000 kW que aqui figuram. Vê-se assim que a ponta efectiva com que estas centrais colaboraram na ponta total do diagrama foi apenas de 80 000 kW em 106 000 kW. Parece então começar a desenhar-se que há uma certa insuficiência de potência. Mas eu disse que me

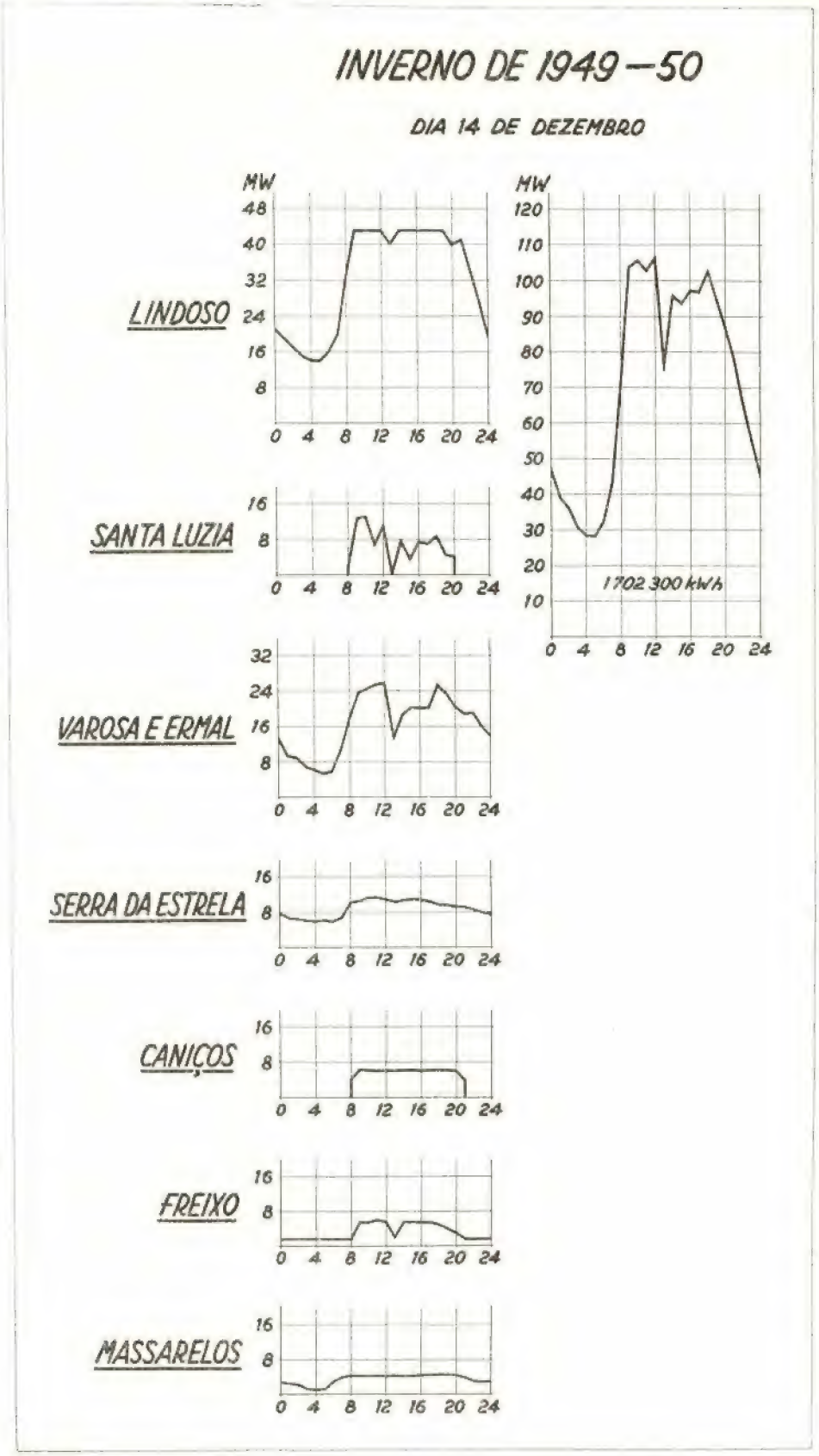

INVERNO DE 1949—50
DIA 14 DE DEZEMBRO
MW
LINDOSO
SANTA LUZIA
VAROSA E ERMAL
SERRA DA ESTRELA
CANIÇOS
FREIXO
MASSARELOS
1702 300 kWh
0 4 8 12 16 20 24

Fig. 3

tinha colocado dentro dum critério apertado, embora correcto; vamos agora ser benevolentes e fazer concessões. A primeira concessão a admitir é que, para estas centrais, se não tome a ponta efectiva que elas realizaram, mas a ponta que, em teoria, elas serão capazes de realizar. Isso já fará subir a ponta de 80 000 kW para 89 000 kW, ainda longe dos 106 000 kW. Mas condescendamos mais. A central de Massarelos, na altura em que foi construída, foi-o com a intenção de ser uma central de serviço anual; tratava-se de uma geradora construída para alimentar a rede dos eléctricos do Porto e era portanto de serviço permanente. Apenas, com o andar dos tempos e com o desenvolvimento da interligação, passou automàticamente a ser considerada uma central de apoio estival, visto que tem sido normal, durante o período de inverno, a central parar quando pode, ou pelo menos reduzir a sua carga, receber alguma energia de origem hidráulica para alimentação da rede dos eléctricos e, pelo contrário, aumentar a carga para ajudar a rede geral durante o verão. Quer dizer, a energia da central de Massarelos deixou de ser uma energia exclusivamente destinada à rede dos eléctricos do Porto, mas passou a ser uma energia como a das restantes centrais térmicas do Norte. Apesar disso e de a situação ser esta, voltemos à pureza da ideia inicial para sermos benevolentes, e admitamos que a central de Massarelos é uma central de trabalho permanente, o que nos leva a somar à ponta anterior a sua potência. Mas qual é a potência de Massarelos? Massarelos figura na estatística com 11 000 kW, e esta é portanto a sua potência teórica. Esses 11 000 kW são constituídos por 2 grupos: um de 5 000 kW e outro de 6 000 kW. Mas por insuficiência de caldeiras e serviços auxiliares, a central não pode ter os 2 grupos trabalhando simultaneamente a plena carga e portanto o serviço é sempre feito apenas com um grupo. Quer isto dizer que pràticamente podemos tirar de Massarelos a potência de 6 000 kW e, de facto, se observarmos o que se passou no período crítico em que se tirava das centrais tudo o que elas podiam dar, verificamos não ter sido excedido este valor.

Então, fazendo esta concessão de termos Massarelos como central de serviço permanente, somando os 89 000 kW a que já tínhamos chegado com os 6 000 kW desta última, chegamos a 95 000 kW, o que ainda é inferior a 106 000 kW a que pretendemos chegar.

Resta agora perguntar: e Santa Luzia? Será legítimo considerar Santa Luzia como uma central que deva dar pontas de inverno? Analisemos em duas palavras o que se passa. A central de Santa Luzia teve a sua albufeira projectada para encher no ano médio, o que quer dizer que com os caudais da bacia da ribeira de Unhais onde está construída, a albufeira de Santa Luzia enche pràticamente em 50 % dos anos. Claro que nesta situação é perfeita loucura utilizar a água de Santa Luzia para fazer pontas de inverno, visto que isso corresponde a ter como provável que a água armazenada vai ser insuficiente, porque a água que se gastar vai fazer falta para a produção de energia de verão. Essa era a situação ainda existente à data em que este diagrama foi praticado; no entanto verificamos que Santa Luzia nos aparece com uma ponta da ordem dos 12 000 kW. Trata-se, é claro, duma situação de emergência; havia que satisfazer o diagrama e pôs-se em marcha Santa Luzia sem olhar às consequências.

No entanto a coisa modificou-se um pouco a partir do fim do ano passado, porque tendo a Companhia Eléctrica das Beiras feito o aproveitamento das águas do rio Ceira e tendo-as canalizado para a sua albufeira, a análise das curvas dos caudais permite concluir que o enchimento da albufeira se encontra assegurado em cerca de 90 % dos anos, e então já pode ser-se um bocadinho mais optimista quanto ao aproveitamento da água de Santa Luzia para produção de energia de inverno. Se quisermos, por exemplo, admitir que se gaste uma quantidade de água durante o inverno de forma a dar-nos a garantia de que a albufeira de Santa Luzia enche em 75 % dos anos, verifica-se que essa quantidade de energia a gastar no inverno é coisa da ordem de 8 a 10 000 000 kWh. Para transformarmos isto em potência, vamos fazer uma hipótese: vamos admitir que essa ajuda de inverno teria que se fazer durante um período da ordem de 4 meses, o que daria

103 dias úteis, não contando com o trabalho de domingo, em que não há pontas importantes. Há pois 10 000 000 kWh em 103 dias úteis que dariam 97 000 kWh por dia; e se admitirmos uma ponta da ordem das 8 horas por dia, isto corresponderia a uma potência de cerca de 12 000 kW. E então, se aceitarmos para Santa Luzia esta hipótese, temos que somar esta potência aos 95 000 kW que tínhamos anteriormente e obtemos um total de 107 000 kW. Desta forma chegamos precisamente à ponta do diagrama. Isto significa que estamos a viver num regime de tangência, visto que chegamos a atingir a ponta do diagrama com todas estas benevolências que, como doutrina geral, me parecem excessivas. É claro que nas condições, que foram verificadas, de haver o sistema do Varosa-Ermal e o sistema da Serra da Estrela que não conseguiram produzir a potência teórica, só foi possível satisfazer este diagrama de inverno mantendo as 3 centrais térmicas em serviço, somando as três uma potência de 15 000 kW. Repito, porque é importante, que só foi possível no ano passado satisfazer o diagrama de inverno à custa de 15 000 kW de potência térmica.

Parece-me então que pelo que se refere a potência de inverno estamos na situação de plena tangência. Isto significa que estamos tirando do nosso sistema hidráulico do Norte muito mais do que aquilo que legìtimamente se lhe pode pedir e que estamos em face dum sistema que já não será razoável chamar saturado mas sobresaturado.

Agora analisemos o que se passa durante o verão. Para fazer essa análise não teremos de considerar potências mas sim quantidades de energia; o problema de potência não se põe durante o verão.

O diagrama de verão teria sido, no ano passado, o que se desenhou na Fig. 2. Tem uma área de 1 250 000 kWh como já vimos; resta ver o que é que poderemos contar como produção máxima de verão no sistema existente. Comecemos por considerar as térmicas (Caniços, Freixo e Massarelos); parece-me razoável contar como produção máxima destas centrais, aquilo que elas deram nos dias angustiosos de Maio a Setembro de 1949. Nestes dias difíceis em que as centrais devem ter dado tudo o que podiam, e em que, se não se pode dizer que as máquinas suaram por todos os poros, pode dizer-se que bufaram por todos os empanques, a produção atingiu, em números redondos, 260 000 kWh para Caniços, 280 000 kWh para o Freixo e 130 000 kWh para Massarelos. Isto soma 670 000 kWh por dia.

Para calcularmos o que se pode obter em kWh por dia de origem hidráulica, torna-se necessário saber quanta energia existe armazenada nas albufeiras. Mas esta questão de saber exactamente quanta energia se armazena nas albufeiras é um assunto que me faz lembrar aquilo que se conta àcerca da idade de algumas senhoras: nunca se sabe ao certo qual é. Com as albufeiras dá-se exactamente o mesmo; não sei explicar porque é, mas há realmente umas variações que não são explicáveis por leis físicas conhecidas. Então recorri a números oficiais, procurei calcular o que se ia passar e admiti esta hipótese que ninguém dirá que não é favorável: no fim de Junho temos todas as albufeiras cheias. É indiscutivelmente uma hipótese optimista. É sabido que entre nós não é anormal uma estiagem quase completa de 4 meses. Parece-me portanto que uma política de esvaziamento de albufeiras nunca deve fixar-se num período inferior a 5 meses. Temos um mês de folga e penso mesmo que quando entrarem em serviço as novas albufeiras de Castelo do Bode e Rabagão, uma política de esvaziamento de 5 meses é capaz de ser ousada. Enfim, depois se verá. Admito agora o esvaziamento das albufeiras em 5 meses, estando cheias em fins de Junho. Ora 5 meses são 150 dias e, práticamente, 130 dias úteis e 20 domingos. Se admitirmos que o diagrama de domingo tem uma área aproximadamente igual a metade do dos dias úteis, isto corresponde a 140 dias úteis. E então chegamos aos seguintes números: Lindoso com a regularização da albufeira das Conchas na Galiza é susceptível de nos dar 250 000 kWh por dia, Ermal 60 000 kWh, Santa Luzia 205 000 kWh, Serra da Estrela 170 000 kWh. Total 700 000 kWh.

Se somarmos estes 700 000 kWh aos 670 000 de origem térmica, encontramos 1 370 000 kWh.

Ora o diagrama de verão do ano passado tinha uma área de 1 250 000 kWh. Se admitirmos um crescimento de 7 % por ano, crescimento médio mundial que não é exagerado supor visto termos andado nos últimos anos acima desse valor, estes 1 250 000 kWh representarão no ano que corre 1 340 000 kWh. Encontramo-nos novamente numa posição de tangência. Isto é, aquela insuficiência que encontrámos há pouco quanto à potência em relação ao inverno, encontramo-la agora quanto à energia em relação ao verão. Deve notar-se que tudo isto que eu disse implica a não existência de reserva de máquinas, hipótese inaceitável em rede tão importante, o que mostra bem quanto as hipóteses formuladas são benévolas.

Mas os números que acabei de citar necessitam de duas correcções. Uma delas é a influência de algumas pequenas centrais que existem ligadas a esta rede e que se não contaram. Essas pequenas centrais são constituídas principalmente pelo sistema da ribeira de Alforfa, Hidro-Eléctrica de Arganil, central do rio Cabrum, Empresa Hidro-Eléctrica do Corvete e, enfim, possìvelmente por mais uma ou duas. Mas é preciso notar que estas centrais, além de terem uma potência muito pequena comparada com as ordenadas do diagrama em causa, são centrais que têm as suas redes próprias, e por consequência o seu consumo próprio, que não está aqui considerado. No entanto, é provável que durante o inverno elas possam concorrer com alguma coisa para a passagem das pontas; mas no verão, se aparecem nestes diagramas, será mais provàvelmente como clientes do que como fornecedoras. De maneira que o melhor é não falar nelas.

Uma outra correcção, que pode pretender introduzir-se aqui, é a da influência dos caudais afluentes durante o verão. Só contei com a presença dos caudais afluentes no cálculo da energia produzida pelo Lindoso, visto que aí a experiência mostrou, antes da regularização das Conchas, que a central é susceptível de dar, mesmo no pino do verão, uma produção diária da ordem dos 50, dos 60 e mesmo dos 80 000 kWh. Mas se formos analisar o que pode dar, nos meses de verão, o caudal afluente em Santa Luzia, no Varosa, no Ermal ou na Serra da Estrela chegamos a números que representam no conjunto umas escassas dezenas de milhares de kWh por dia. São números que não têm nenhuma influência na ordem de grandeza de 1 250 000 kWh que é a área do diagrama.

Analisemos ainda noutro aspecto o problema da potência instalada nas redes do Norte. Como já vimos, a Comissão de Interligação das Centrais do Norte foi criada em 1944, precisamente porque se começavam a notar certas deficiências e certa necessidade de coordenação das centrais para assegurar o abastecimento regular da rede. O que quer dizer, portanto, que em 1943-1944, a situação não era famosa, visto que já começavam a levantar-se algumas preocupações. Vejamos o que se passou de então para cá. Observemos o diagrama da Fig. 4. Está aqui representada a produção de energia desde 1942 a 1949; 1942 representou o ano de máximas dificuldades durante a guerra, passado o qual a produção cresceu constantemente. Verifica-se que a produção total foi a mesma, da ordem dos 380 000 000 kWh, em 1948 e 1949, referida às redes do Norte. Mas se não tivesse havido restrições é perfeitamente legítimo admitir que subiria 7 % (ramo a ponteado). A análise desta curva permite verificar que a produção total entre os 2 anos extremos teria sofrido o aumento de 120 %. Então, para satisfazer um aumento de 120 % em relação a um ano em que as dificuldades se começaram a esboçar, o que é que vemos? Temos como aumento de potência térmica zero. Como aumento de potência hidráulica, está na figura a curva respectiva. Este aumento é constituído principalmente pela entrada em serviço da central de Santa Luzia, depois pela entrada em serviço da Senhora do Porto, depois pela ampliação do Lindoso e entrada em serviço da central do Sabugueiro.

E então o que nos mostra isto? Mostra-nos que neste intervalo de tempo para satisfazer

um aumento de consumo de 120 %, e quando a potência térmica não cresceu nada, a potência hidráulica cresceu apenas 85 %.

Se formos agora analisar como variou a capacidade de produção diária em kWh, verificamos também uma subida que é constituída principalmente pelas entradas em serviço de Santa Luzia, da albufeira das Conchas em Espanha como regularizadora da central do Lindoso, e por pequenas subidas intermédias que representam o aumento

Fig. 4

de capacidade de produção durante o verão que resultou para o sistema do Ermal da entrada em serviço da central da Senhora do Porto e que resultou para o grupo da Serra da Estrela da entrada em serviço da central do Sabugueiro e do pequeno aumento de capacidade da albufeira da Lagoa Comprida. Tudo isto junto, o aumento de produção diária durante o verão foi apenas de 58 %. Quero salientar o seguinte ponto: Comecei a fazer este gráfico a partir de 1943, mas verifiquei que nesse ano se deu precisamente o aumento que resultou da entrada em serviço de Santa Luzia. Resolvi então recuar um ano para que se não dissesse que tinha procurado de propósito um ano que dava resultados mais favoráveis ao meu ponto de vista. É deste modo que se verificam os aumentos de 85 % e 58 %.

Então parece-me certa a doutrina anterior: estamos numa situação de extrema tangência, visto que se a situação já não era brilhante em 1943 ou 44, é natural que se

esteja numa situação difícil em 1949 quando as variações de produção, de potência térmica, de potência hidráulica e de capacidade de produção durante o verão se fazem segundo estas curvas. Parece portanto poder afirmar-se sem hesitação que a insuficiência de potência instalada é uma cúmplice da falta de chuva; que portanto a estiagem, se tem efeitos graves, é porque os homens não preparam as coisas para poder suportar a falta de chuva, pois desde que existe História de Portugal se sabe que no verão não chove. Como estamos pouco preparados, chegamos, como acabamos de ver por várias vias, a uma situação de tangência e já com hipóteses de larga benevolência, hipóteses que em exploração normal não são de admitir. Em boa verdade, já passámos da tangente para a secante.

Como sabem, é costume, para explicar alguns fenómenos eléctricos, recorrer a analogias mecânicas, e eu vou também recorrer a uma analogia mecânica. Suponhamos que uma pessoa calcula uma estrutura mecânica e que nessa estrutura põe um tirante a trabalhar à carga de rotura. Se o tirante se partir, alguem se admira? Eu acho que não. Pergunto então porque é que nos devemos admirar de haver restrições no Norte; temos o Norte a trabalhar na carga de rotura e, portanto, não haver restrições é que seria de admirar.

Vamos agora dizer duas palavras sobre a interligação e ver que a falta de interligação também é responsável, solidàriamente com os outros dois culpados, das restrições que houve de fazer. Comecemos por uma descrição rápida das interligações actualmente existentes. Embora já se tenha dito que o País está interligado desde o Lindoso a Setúbal, a verdade é que não está. E não está por isto: porque há pelo menos, aí por alturas do Entrocamento, uma divisão nítida, que existiu até hoje, entre as redes do Sul e as redes do Norte. Embora as Companhias Reunidas já tenham fornecido energia ao Alto Alentejo e a Eléctrica das Beiras o tenha feito também, a verdade é que nunca houve marcha em paralelo; houve redes que tomaram conta dalgumas linhas do Alto Alentejo e que as exploraram em separado. Mas mesmo abstraindo do corte que na realidade tem havido entre as redes portuguesas ao sul e ao norte do Entroncamento, vejamos que interligações existem. Em Lisboa existe uma ligação entre as Companhias Reunidas e a Companhia Carris com uma potência apenas de 3 000 kW. Entre as C. R. G. E. e a U. E. P. no sul do Tejo existe um cabo sub-fluvial que permite pôr em Setúbal uma potência da ordem de 7 a 8 000 kW. Entre as C. R. G. E. e o Alto Alentejo existe ligação por intermédio duma linha de 30 kV em que a potência transmitida atinge o máximo da ordem de 1 000 kW. Isto na zona ao sul do Entroncamento. Para o norte temos: entre a C. E. B. e o Alto Alentejo existe hoje interligação franca a 60 kV, por linha que pode transmitir uma potência da ordem dos 10 000 a 12 000 kW; Santa Luzia pode fornecer à U. E. P. através duma linha de 60 000 V uma potência da ordem dos 15 000 kW sem grande dificuldade. Com a Serra da Estrela a ligação é fraca. No norte a U. E. P. e a CHENOP estão interligadas a 15 kV também com potência de poucos milhares de kW.

A interligação actual é ainda incipiente. Por um lado, a rede está cortada ao meio, por outro só permite pequenas trocas de energia. Além disso, há falta de protecções eficazes e selectivas para o trabalho em paralelo.

Está em curso o estudo da interligação pela Companhia Nacional de Electricidade, e quando realizado o plano haverá interligação franca: o sistema do Rabagão estará directamente ligado sobre a linha de 150 kV que virá ao Porto e ao Castelo do Bode, passando aqui a dupla até Lisboa, e seguindo para o sul em linha simples até Setúbal e Beja.

Quando isto estiver pronto, quando cada linha puder transportar 100 000 kVA e havendo potência suficiente de transformadores, haverá facilidade de transportar a energia largamente dos locais onde haja para aqueles em que falte.

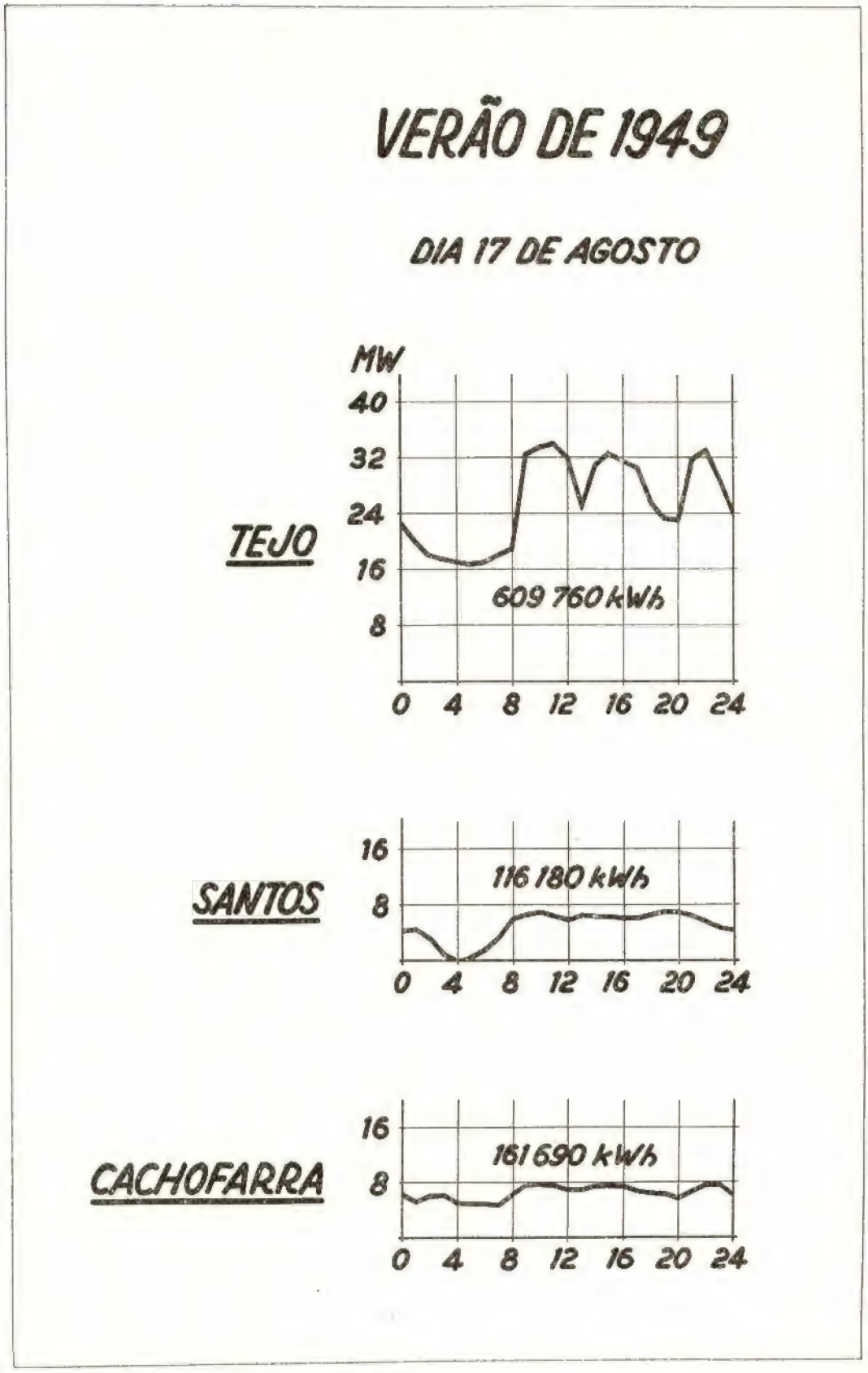

VERÃO DE 1949
DIA 17 DE AGOSTO
MW
40
32
24
16
8
TEJO
609 760 kWh
0 4 8 12 16 20 24
16
8
SANTOS
116 180 kWh
0 4 8 12 16 20 24
16
8
CACHOFARRA
161 690 kWh
0 4 8 12 16 20 24

Fig. 5

Suponhamos que isto já existia em 1949.

Temos na Fig. 5 os diagramas do verão de 1949 nas centrais da zona Lisboa-Setúbal (Tejo, Santos e Cachofarra). Desta última, com capacidade de produção de 8 a 9 000 kW e com a linha de carga a rasar os 8 000 kW, nada há a esperar; mas na central de Santos, mesmo admitindo que não se punham mais máquinas a trabalhar, há o vazio da manhã correspondente a 40 ou 50 000 kWh que sem esforço podiam aproveitar-se. A central Tejo, com uma ponta de perto de 45 000 kW, manteve no inverno passado durante 14 horas por dia uma potência que andou pelos 38 000 kW. Se a potência subisse para este valor no verão, teríamos ganho uma área de pelo menos 290 000 kWh. Podíamos, portanto, pedir a essas duas centrais, por dia, mesmo admitindo uma perda de 12 % no transporte, 300 000 kWh. Então, se se pudesse transmitir esta energia para o Norte, o diagrama de Maio, que vimos atrás, podia ter excedido a área de 1 250 000 kWh, isto é, teríamos no Porto insuficiência de potência mas não de energia. Como esta situação se manteve até ao fim de Junho (só em Julho as restrições se tornaram mais severas) podíamos ter mantido a área do diagrama do Norte até fins de Junho. Só teríamos de reduzir a ponta e de transferir parte da carga do dia para a noite, o que daria bastante menos perturbações. Teríamos parte da indústria a trabalhar de noite o que corresponderia a aumentar, ainda que coercivamente, o factor de carga. Durante os meses seguintes os 300 000 kWh não seriam suficientes, mas iriam tornar as restrições menos severas.

Claro que este regime de pôr as centrais de Lisboa a ajudar o Norte, levantaria um problema político muito sério: Vai a capital privar-se do diagrama normal para ajudar o Norte ou dará sòmente as sobras? Coloquei-me prudentemente na última situação. Mas a ajuda ao Norte podia ser maior se se aceitassem algumas restrições no Sul, e penso que Lisboa só ganharia com isso para sentir o gosto amargo destas coisas.

Se a interligação já existisse, teria mostrado as suas virtudes: trânsito fácil de energia, servindo umas centrais de reserva às outras. E em face do que podíamos obter, parece chegarmos sem esforço à conclusão de que a falta de interligação foi também cúmplice da estiagem.

Isto que vos contei deu-se no ano passado. No fim deste ano as coisas devem melhorar; entram a funcionar novos sistemas e parte da interligação. Mas importa pensar que o que se está a fazer não é bastante para se contar com a vida tranquila por muito tempo; deve continuar a desenvolver-se a construção de centrais e redes. É certo que temos algumas em construção e ampliação, e isto é um esforço grande, mas o essencial não é saber se é grande mas se é suficiente. Se a obra não for continuada, dentro de alguns anos estamos na mesma situação difícil em que o Porto esteve no verão passado. Disse mesma situação mas talvez devesse ter dito pior situação pois «grande nau, grande tormenta»; resolver o problema para todo o País é coisa mais séria.

Defendi com convicção este ponto de vista porque nele está a verdade: culpa da estiagem com cumplicidade da falta de potência instalada e da falta de interligação. Culpa da Natureza e culpa dos homens. Para que não se repita o que aconteceu o ano passado é necessário não esquecer estes princípios. E não esquecer também que o correr desordenado à última hora só faz poeira; a única solução, que o é realmente, equaciona-se com calma quatro ou seis anos antes de se manifestar a crise e traduz-se na continuidade de um programa de obras durante este tempo. Por mim, tenho a tranquilidade de pensar que cumpri a tempo o meu dever. Comecei em 1930.

CONFERÊNCIAS DO LABORATÓRIO DE ENGENHARIA CIVIL

No 1.º Ciclo de Conferências promovido por este Laboratório são tratados assuntos referentes ao CÁLCULO EXPERIMENTAL DAS CONSTRUÇÕES.

Realizaram-se já as três primeiras em que o *Eng.º Manuel Rocha* dissertou sobre Posição actual do problema do cálculo das construções — Semelhança mecânica — Utilização de modelos.

As restantes palestras serão proferidas pelos Engenheiros daquele Laboratório abaixo nomeados e efectuar-se-ão no Anfiteatro de Química do Instituto Superior Técnico pelas 21 h. e 30 m. nos seguintes dias:

No dia 14 de Novembro de 1950 pelo *Eng.º Arga e Lima* sobre Medição de deformações com extensómetros mecânicos.

No dia 21 de Novembro de 1950 pela *Eng.ª Maria Emília Campos e Matos* sobre Medição de deformações com extensómetros acústicos.

No dia 28 de Novembro de 1950 pelo *Eng.º José Marecos* sobre Medição de deformações com extensómetros de resistência eléctrica.

No dia 5 de Dezembro de 1950 pelo *Eng.º Cavaleiro e Silva* sobre Medição de deformações com extensómetros de magneto-estricção e de capacidade de indução.

No dia 12 de Dezembro de 1950 pelo *Eng.º Ferry Borges* sobre Utilização de extensómetros no cálculo e observação das construções.

No dia 19 de Dezembro de 1950 pelo *Eng.º Manuel Rocha* sobre Métodos de estudo experimental de estruturas.

No dia 16 de Janeiro de 1951 pelo *Eng.º Ferry Borges* sobre Aplicações dos métodos de estudo experimental de estruturas.

No dia 23 de Janeiro de 1951 pelo *Eng.º Arga e Lima* sobre Ensaios de novos tipos de pavimentos.

No dia 30 de Janeiro de 1951 pelo *Eng.º Ferry Borges* sobre Ensaios de novos tipos de paredes.

No dia 13 de Fevereiro de 1951 pelo *Eng.º José Marecos* sobre Estudo de um sistema de reforço de um pavimento de betão armado.

No dia 20 de Fevereiro de 1951 pelo *Eng.º Manuel Rocha* sobre Fotoelasticidade: Generalidades.

No dia 27 de Fevereiro de 1951 pelo *Eng.º Ferry Borges* sobre Algumas aplicações de fotoelasticidade: I Parte.

No dia 6 de Março de 1951 pelo *Eng.º Ferry Borges* sobre Algumas aplicações de fotoelasticidade: II Parte.

No dia 13 de Março de 1951 pelo *Eng.º Manuel Rocha* sobre Resumo e conclusões sobre o cálculo experimental das construções.

MELHOR LUBRIFICAÇÃO...
...MAIOR CONSERVAÇÃO
COM O NOVO

"PREMIUM GRADE":

CLASSIFICAÇÃO ADOPTADA OFICIALMENTE PELO AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE — A. P. I. — PARA OS "MOTOR OILS" QUE POSSUAM COMPROVADA RESISTENCIA A OXIDAÇÃO E EVITEM A CORROSÃO

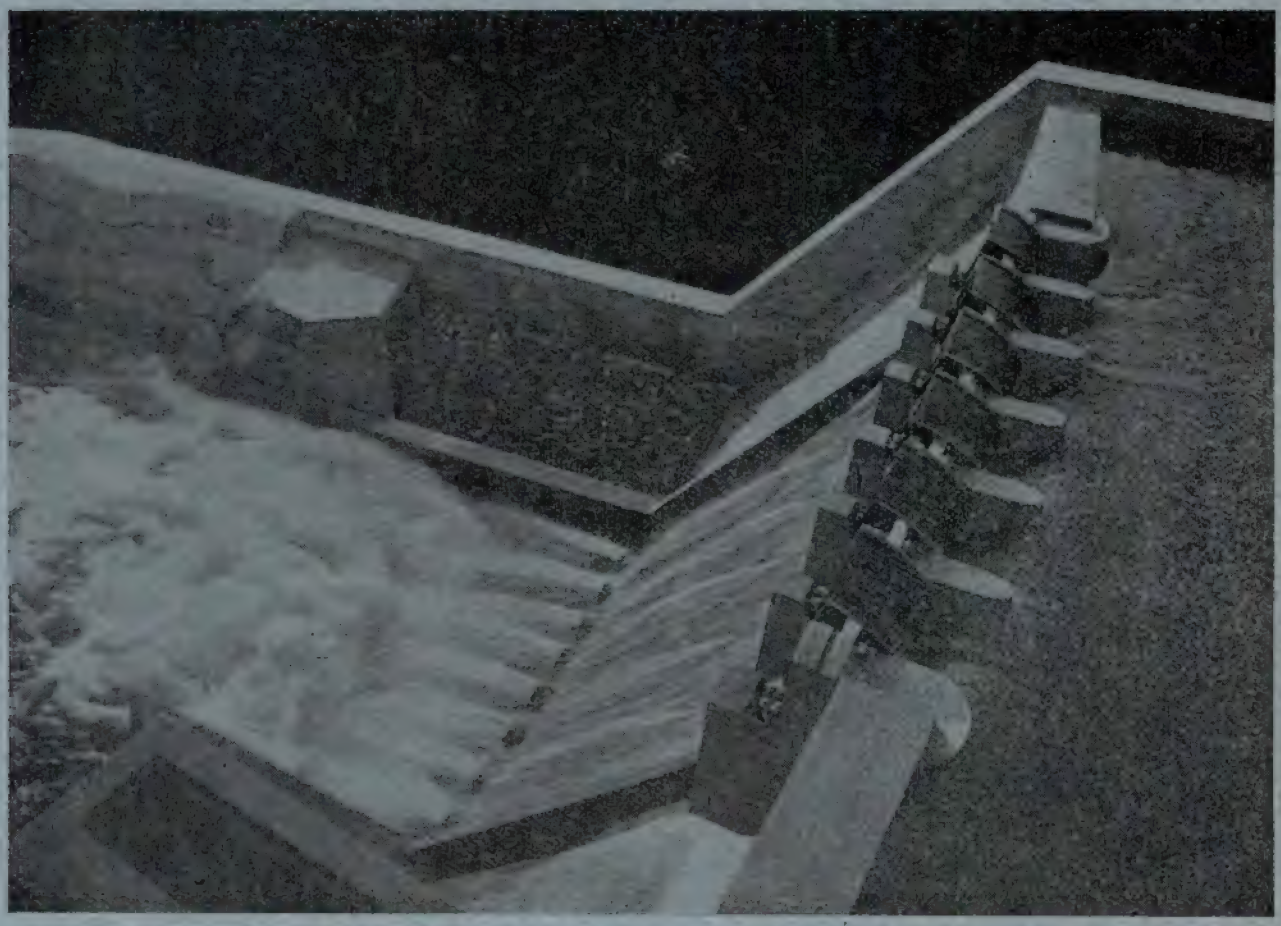
SOCIEDADE NACIONAL DE PETRÓLEOS

LABORATOIRE DAUPHINOIS D'HYDRAULIQUE

GRENOBLE

HIDRÁULICA FLUVIAL E MARÍTIMA — QUEDAS DE ÁGUA

Determinação económica das obras — Desassoreamentos
Aproveitamento dos rios — Eclusas
Utilização da energia das marés
Estudos de portos, de ancoradouros — Docas secas
Protecção do litoral — Estabilidade das praias.



BARRAGEM DE GRANDVAL

Estudo sobre modelo reduzido da dispersão da energia no pé da barragem.
Descarga de uma cheia de 1.900 m/3sec sobre a barragem.

EM PORTUGAL:

LABORATÓRIO DE HIDRÁULICA
NA AMADORA

"NEYRPIC"

R. Vice-Almirante João António de Azevedo Coutinho
AMADORA Telef. VENDA NOVA 48

DEFESA ANTISÍSMICA

POR ABEL CARDOSO

Sócio Fundador da Sociedade Portuguesa de Matemática
Membro Efectivo da Ordem dos Engenheiros

(Continuação)

C. D. 699.841 : 624.042.7

Posição do problema

É método corrente representar a irregular vibração devida ao movimento sísmico, por uma *aceleração horizontal constante.*

É válida esta suposição no caso do período fundamental de vibração natural da estrutura ser bastante inferior aos períodos possíveis [1] T, do sismo.

A gama dos períodos T inclui os períodos fundamentais das edificações normais e daí a possibilidade de se criar um estado de ressonância durante alguns períodos.

Nas vizinhanças da ressonância ($T = T_0$) a adopção do método convencional que condensa na aceleração γ toda a actuação, deve ser posta com reserva.

O método dinâmico é o que está de acordo com a realidade e o seu ponto fraco na aplicação corrente reside, apenas, na dificuldade de previsão do T do abalo, por falta de observações em número e qualidade que possibilitem o emprego dos métodos estatísticos.

Abordaremos, nos seus pontos essenciais, a natureza do movimento do solo.

O abalo pode ser descrito como uma vibração irregular deslocando-se os pontos da superfície aproximadamente sobre um elipsoide; dão-se muitas vezes abruptas mudanças de direcção. O movimento predominante é horizontal. O estudo desta componente horizontal mostra-nos [1] que o fenómeno compreende as seguintes fases:

— rápidos tremores preliminares de amplitude muito reduzida e ocasionando acelerações relativamente pequenas;

— súbito aumento da amplitude que decresce posteriormente. É o movimento principal e pode durar alguns minutos embora no fim do primeiro minuto, em geral, a amplitude decresça de modo notável. Este movimento principal pode ser considerado como um trem de ondas de grandes amplitudes e longos períodos sobre o qual estão sobreimpostas ondas secundárias de amplitudes e períodos mais curtos.

Normalmente as amplitudes e os períodos variam contìnuamente, embora não seja caso virgem o registo de uma sucessão de ondas semelhantes [2]. As ondas secundárias originam acelerações de valor apreciável comparáveis, senão excedendo as acelerações das ondas principais de maiores amplitudes e lentidão. Como informação pode-se considerar para gama normal de períodos de ondas principais:

$$1 \text{ a } 2{,}5 \text{ segundos } [3]$$

e das ondas secundárias

$$T < 0{,}1 \text{ a } T \sim 1 \text{ segundos}$$

---

[1] Não curamos de saber, nesta altura, da existência de períodos prováveis T; de resto é fonte de permanente discussão a escolha destes períodos base do cálculo. É impossível prever, como se sabe, não só *quando* se produzirá um abalo sísmico, mas também *como* se manifestará.

[1] N. H. Heck and F. Neumann «Destructive Earthquake Motions Measured for First Time» *Engineering News-Record* vol. 110 (1933) pág. 804.

[2] *C. Davison* «The Japanese Earthquake of 1923» Murby & Co., London 1931 *Heck* e *Neumann*, loc. cit.

[3] Já se observaram todavia períodos de 5 segundos.

limitando-se para estas a

0,3 a 0,4 segundos

a gama dos períodos que ocasionam as maiores acelerações (independentemente, claro está, da intensidade do abalo e da distância ao epicentro).

Esta estreita banda não existe para as ondas principais [1].

Observações levadas a cabo no Japão e na América do Norte mostraram a existência de períodos típicos das diversas zonas ou localidades.

Estes períodos predominantes, cuja possibilidade em terrenos estratificados foi matemàticamente demonstrada por K. Sezawa, professor japonês, manifestam-se na realidade [2], caracterizam a localidade e devem ser levados em devida conta, pois os períodos de vibração secundária da fase principal do abalo deles resultam.

Parece pois, ser de admitir uma aptidão «natural» de vibração para os terrenos [3]. A título informativo se dão, com o exclusivo fim de dar ideia de ordem de grandeza, algumas gamas de períodos predominantes de vibração do solo:

0,20 → 0,30 segundos

0,40 → 0,45 »

0,70 → 0,90 »

em terrenos de aluvião (observações japonesas) e

0,10 → 0,30 segundos

em diversos abalos registados na América do Norte.

Finalizaremos com breves considerações relativas à componente vertical do movimento.

Só na zona epicentral é que o movimento é predominantemente vertical decrescendo ràpidamente a grandeza relativa da componente vertical de modo que, na quase totalidade da área visitada por um abalo, é de considerar com exclusividade a componente horizontal [1]. Até agora chamou-se a atenção do leitor especialmente para a natureza do abalo com postergação da sua possível intensidade.

Esta mede-se, como dissemos já, pela aceleração horizontal do movimento.

Registos de acelerógrafos, relativos a abalos fortes, apresentam acelerações horizontais de [2]

0,13 g a 0,23 g

e de grandes cataclismos foram calculados entre [3]

0,4 g e 1,0 g

Resumindo diremos ser *elemento de destruição a componente horizontal do movimento do solo durante o abalo,* constituída por uma vibração irregular com uma gama de períodos limitada por 0,1 e 5 segundos.

Componentes verticais intensas são de ocorrência muito localizada e para elas são as edificações auto-resistentes; não as consideraremos pois. Também pomos de parte a permanência de sucessivas ondas de igual período, embora a possibilidade de duas ou três ondas sucessivas terem períodos sensìvelmente iguais ser de admitir.

Com estas breves considerações acerca da natureza do movimento do solo sob o ponto de vista que nos interessa directamente, encerramos a primeira parte do nosso estudo. Passemos a segunda questão: comportamento das edificações.

---

(1) *K. Suyehiro* «Engineering Seismology», Proc. A. Soc. C. E, vol. 58, Nº 4, 2.ª parte.

(2) K. Suyehiro, loc. cit. pág. 68.

(3) K. Suyehiro, loc. cit.

(1) Heck e Neumann; C. Davison locs. cits. C. Davison «*Great Earthquakes*», Murby and Co., London 1936.

J. R. Freeman «*Earthquake Damage and Earthquake Insurance*», Mc Graw Hill Book Co, London 1932.

(2) Heck e Neumann, loc. cit.

Davison «*Great Earthquakes*».

(3) C. Davison «*A Manual of Seismology*», Cambridge University Press.

H. D. Dewell «*Earthquake-Resistant Construction*», Engineering News-Record, vol. 100, págs. 650 e 699.

R. Fleming «*Building in Earthquake and Tornado Regions*», Engineering vol. 121, págs. 95 e 127.

Como os possíveis períodos de vibração da componente horizontal do movimento do solo incluem os períodos de vibração natural dos edifícios ([1]) de constituição normal, segue-se que, embora durante alguns períodos apenas, pode surgir a indesejável ressonância ([2]). Esta possibilidade tem de ser encarada num projecto racional e daí a investigação do período de vibração própria (natural) das estruturas ser necessàriamente o primeiro passo a dar-se no processo resolutivo de tam complexo problema ([3]).

Durante os abalos os sismogramas mostram que a infraestrutura da edificação e o solo de implantação, vibram aproximadamente como um todo ([4]).

O movimento da parte mais elevada da estrutura é, em geral, mais pronunciado do que o da fundação ([5]).

Nas regiões instáveis as edificações são geralmente feitas tam rígidas quanto possível em parte, para que o seu período de vibração natural seja inferior a qualquer período do abalo. Em certos abalos as acelerações máximas manifestaram-se a quando das ondas secundárias de períodos entre 0,1 e 0,3 segundos ao passo que os períodos fundamentais são, raras vezes, inferiores a 0,3 segundos ([6]).

([1]) Edifícios até 30 m de altura $T_o = 0.3$ a 0.8 s; raro é aparecerem períodos superiores a 1,5 s para edifícios mais altos.

([2]) Não é provável a manutenção dum estado de ressonância de longa duração; todavia grandes deflexões se podem produzir pela acção de 2 ou 3 ondas de igual periodo. Ver H. A. Williams, «*Dynamic Distortions in Structures subjected to Sudden Earth Shocks*» Trans. A. S. C. E. vol. 102, pág. 838. A. C. Ruge «*Earthquake Effects on Elevated Water-Tanks*» Civil Engineering (A. S. C. E.) vol. 5, pág. 455, e «Earthquake Resistance of Elevated Water-Tanks» Trans. A. S. C. E. vol. 103, pág. 889.

([3]) J. J. Creskoff «*Dynamics of Earthquake — Resistant Structures*» Mc Graw Hill, London 1934.

([4]) Suyehiro, loc. cit..
J. B. Macelwane, «*Studies of Earthquake Action Promise Better Structures*». Engineering News-Record, vol. 11, pág. 779.

([5]) Heck e Neumann loc. cit.
Vid. Civil Engineering (A. S. C. E.) vol. 6, pág. 653.

([6]) H. D. Dewell, loc. cit.

Edifícios com o primeiro andar flexível e a parte restante da estrutura tam rígida quanto possível foram também objecto de estudo e ocasionalmente construídos ([1]). Nesta categoria de edifícios o período fundamental é grande mas, claro está, que se ocorresse um abalo de período igual a 7 segundos, por exemplo, não se afastaria o perigo da ressonância...

Se a variação da aceleração do solo for lenta, podemos supor que todos os elementos de massa da estrutura, têm a mesma aceleração do solo. Se este oscila com rapidez, os elementos da superestrutura cedem elàsticamente e podem ser vítimas de movimentação mais ampla, e daí o virem a estar sujeitos a aceleração de maior valor do que a do solo.

A geometria da estrutura, a sua massa e as suas propriedades elásticas, por um lado, e a rapidez da oscilação por outro, congregam-se para pronunciarem mais ou menos a deformacão cujo exacto tratamento matemático, pela sua complexidade, aconselha a convocação duma pleiade de suposições simplificadoras.

Todavia, a investigação da resposta oscilatória dos edifícios submetidos a abalos assenta e é, em linhas gerais, condicionada pelo conhecido comportamento e pela clássica análise da gestão de oscilação em sistemas materiais simples.

É o caminho seguido aqui.

O problema da vibração das estruturas cai dentro do caso geral dum *sistema oscilando coercivamente a uma determinada frequência.*

A teoria geral indica que a fase e a amplitude da oscilação forçada depende da relação

$$\frac{T_o}{T} = \frac{f}{f_o}$$

sendo f a frequência imposta e f_o a frequên-

([1]) N. B. Green «*Flexible First-Storey Construction for Earthquake Resistance*» Proc. A. S. C. E. vol. 60, pág. 167.
A título de curiosidade citamos que foi possível realizar edifícios de um andar *efectivamente* indiferentes aos abalos sísmicos (*J. Milne, Seismology*).

cia natural a que, em oscilação livre, o sistema oscilaria.

No caso mais simples [1] recordemo-nos de que conforme for

$$f < f_0 \text{ ou } f > f_0 \text{ [2]}$$

assim o sistema oscilará na mesma fase ou em fase oposta à da causa perturbadora (de frequência f).

Quanto a amplitude, recordemos também que é ela tanto maior quanto menor for a diferença

$$f - f_0$$

À medida que

$$\frac{f}{f_0}$$

tende para 1 assim a amplitude cresce além de todo o valor.

Isto é, para

$$f = f_0$$

tem-se

$$a = \infty$$

Estas noções fundamentais bastante luz nos trazem acerca do comportamento das estruturas, isto é, acerca da natureza dos efeitos produzidos numa estrutura elástica, implantada num solo em movimento harmónico simples.

De modo especial, em presença das circunstâncias que acarretam o aumento de *a* sem limitação, torna-se particularmente aguda a situação de sucessivas repetições de tremores. Sem dúvida que, inevitàvelmente, forças de altas possibilidades destruidoras actuarão.

É pois, de fundamental importância, a previsão do período de vibração natural dum edifício que, diga-se de passagem, é sistema elástico dinâmico de extrema complexidade.

Tendo como elementos informativos, além do projecto do edifício, dados acerca do comportamento do terreno de implantação é possível, segundo Jacobsen, prever o período T_0 com erro inferior a 20 % em especial se se possuir informação empírica concernente a outros edifícios existentes no local.

A análise de Jacobsen [1] adeante exposta, relativa a uma edificação ideal simétrica de distribuição uniforme de massa pela altura e cujas propriedades elásticas se conservam invariáveis para as diferentes cotas, indica-nos como o período é governado não só pela flexão como também pelo corte e pelo assentamento elástico do terreno.

A referida análise desconhece da acção da gravidade e da inércia de rotação, que são de considerar, quando a estrutura tem forte concentração de massa no seu topo, primeira questão abordada [2].

A análise destes dois casos ideais com um estudo complementar relativo aos edifícios, constituirá a parte analítica deste trabalho que finalizará com breves considerações de ordem prática.

A consideração dos casos ideais não só esclarece e oferece elementos de previsão do comportamento dos edifícios durante os abalos, como também segura indicação dá em face das características geométricas e elásticas das estruturas de edifícios da consideração a dar aos diversos factores de governo do período de vibração natural.

Assim, para edificações baixas e largas, por exemplo, é o *esforço transverso* factor predominante da oscilação elástica; para um edifício de grande desenvolvimento em altura, se-lo-ía o *momento flector;* para um depósito elevado não se poderá desprezar a acção da *gravidade* nem a *inércia* de *rotação* ao pôr o problema em equação. A consideração simultânea destes factores ocasionaria árduo trabalho de cálculo nem sempre compensado pelo desnecessário rigor atingido.

Oscilações naturais

Analisaremos o aparecimento de vibrações transversais numa viga elástica uni-

---

(1) Sistema com um só grau de liberdade e consequentemente, com um único *modo* possível de vibração.

(2) Isto é $T > T_0$ ou $T < T_0$ respectivamente.

(1) Lydik S. Jacobsen, «*Natural Periods of Uniform Cantilever Beams*» *in* Proc. A. S. C. Engineers, vol. 64, N.º 3, Março 1938, pág. 431.

(2) Leander M. Hoskins and John D. Galloway «*Earthquake and structures*» *in* Proc. A. S. C. Eng., vol. 64, N.º 10, Dezembro 1938, pág. 1993.

forme, de eixo vertical, carregada no topo por um corpo rígido de peso P' cujo centro de gravidade se encontra sobre o eixo vertical 0z da viga e à cota

$$H + h$$

sendo H a altura da viga tomando o nível do solo — que supomos rígido — para cota $z = 0$. Na análise que se vai seguir conhece-se da acção da gravidade não só sobre a viga como também sobre o corpo rígido suportado. Igualmente se considera o efeito da inércia de rotação.

Supõe-se que o solo se move com movimento horizontal resolúvel em componentes que são funções harmónicas simples do tempo.

O método seguido na investigação da solução consiste em, supondo aplicável a teoria da flexão, estabelecer a equação diferencial da elástica (1) e resolve-la com auxílio do conhecimento das condições nos extremos da viga.

Uma vez conhecida a equação da elástica, fácil se torna deduzir as expressões do momento flector e do esforço transverso em qualquer secção da viga oscilante.

As oscilações previstas na manipulação analítica são de pequena amplitude $\left(\phi = \frac{\partial y}{\partial z}\right)$.

H, altura e *A* secção da viga são os dados geométricos. *P* é o seu peso. Os raios de giração da viga e do corpo rígido são respectivamente *k* e *k'* (2). O módulo de Young e a aceleração da gravidade representam-se, como é usual, por *E* e por *g*.

Desconheçamos da colaboração do corte no estabelecimento da equação da elástica.

Seja *V* o esforço transverso na face inferior do troço elementar da viga.

(1) Eixos de referência escolhidos: sistema rectangular cartesiano; 0z coincidente com o eixo vertical da viga defenido o sentido positivo como o contrário à acção de gravidade; plano de vibração 0zy; origem coincide com o ponto do encontro de 0z com a superfície do solo 0xy.

(2) Referidos, como é óbvio, a um eixo passando pelo centro de gravidade e normal ao plano 0yz de flexão da viga.

Sobre um elemento da viga de altura dz actuam as seguintes forças: $-V$ e $(V + dV)$ actuando pràticamente em direcção horizontal nas faces inferior e superior;

$$P' + P\left(1 - \frac{z}{H}\right) \text{ e } P' + P\left(1 - \frac{z + dz}{H}\right)$$

actuando na direcção vertical (1) a primeira sobre a face inferior e a segunda sobre a face superior do troço elementar da viga; esta última força actua no sentido da acção da gravidade e aquela em sentido contrário.

Actuam também sobre as faces inferior e superior os momentos $-M$ e $(M + dM)$.

A aplicação do princípio de d'Alembert exige o conhecimento das acelerações produzidas no troço elementar analisado. O momento de inércia da viga em relação ao seu eixo central é

$$\frac{k^2 P\, dz}{g H}$$

Como podemos considerar $\ddot{z} = 0$ (2) fàcilmente se obtém

$$\frac{\partial V}{\partial z} = m \ddot{y}$$

$$\frac{\partial M}{\partial z} + V + \left(P' + P\left(1 - \frac{z}{H}\right)\right)\frac{\partial y}{\partial z} = m k^2 \ddot{\phi}$$

para equações do movimento linear e angular em que é *m* a massa dum troço unitário da viga. Recorde-se que é

$$\frac{\partial V}{\partial z} = -f(z)$$

sendo f (z) a sobrecarga lateral.

(1) Estas forças estão uniformemente distribuídas por toda a secção da viga; da teoria da flexão lembra-se que uma força normal a uma secção é equivalente a uma força, igualmente normal, aplicada no centro de gravidade da secção e a um binário de momento M. Podem pois as forças em questão considerar-se aplicadas no c. de g. distando de dy as suas linhas de acção.

(2) Empregaremos esta notação para as derivadas em ordem ao tempo, como é usual.

Atendendo a que é

$$\phi = \frac{\partial y}{\partial x}$$

para oscilação de pequena amplitude e recorrendo à expressão

$$M = - E I \frac{\partial^2 y}{\partial z^2}$$

bem conhecida da teoria de flexão, obtém-se para equação da linha elástica a expressão

$$E I \frac{\partial^4 y}{\partial z^4} + \Big(P + mg\,(H - z)\Big) \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} - mg \frac{\partial y}{\partial z} - $$

$$- mk^2 \frac{\partial^4 y}{\partial t^2 \partial z^2} = - m\ddot{y} \qquad (1)$$

Nesta equação a acção da gravidade está exposta nos termos que contém as derivadas parciais de 2.ª e 1.ª ordem $\frac{\partial^2 y}{\partial z^2}$ e $\frac{\partial y}{\partial z}$ Levando em linha de conta apenas [1] o efeito da gravidade actuante em *P* a equação (1) toma a forma

$$E I \frac{\partial^4 y}{\partial z^4} + P \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} = - m \ddot{y} \qquad (2)$$

em que a inércia de rotação (termo que contém $\frac{\partial^4 y}{\partial t^2 \partial z^2}$) foi também desprezada.

A equação (2) define o estado vibratório da viga.

O estado vibratório do solo é exprimível por

$$y = a \text{ sen } (pt + \varphi)$$

em que é *a* a amplitude e *p* a pulsação; φ é uma constante dependente da escolha da origem da contagem do tempo (fase). É

$$p = 2 \pi f$$

sendo *f* a frequência do movimento que por sua vez está relacionada com o período por

$$f T = 1$$

Exprime-se *p* em radianos por segundo e *T* em segundos.

Falta-nos estudar o movimento do corpo rígido de peso P'.

Se forem

$$\ddot{y}_0 \text{ e } \ddot{\phi}_0$$

as acelerações linear e angular, para $z = H$, do centro de gravidade do corpo rígido cuja cota é $y_0 + h\,\phi_0$ obtém-se

$$\frac{P'}{g} (\ddot{y}_0 + h\,\ddot{\phi}_0) = [- V]_{z=H} \qquad (3)$$

visto ser $\frac{P'}{g}$ a massa do corpo.

Em (3) igualou-se a força de inércia à força produtora da aceleração (princípio de d'Alembert).

A equação do movimento angular do corpo é anàlogamente obtida

$$\frac{P}{g} k'^2 \ddot{\phi}_0 = [- M + hV]_{z=H} + hP\phi_0 \qquad (4)$$

Estas últimas equações fàcilmente levam a

$$\frac{P}{g} \left(\ddot{y} + h \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right) \right) = E I \frac{\partial^3 y}{\partial z^3} + P \frac{\partial y}{\partial z}$$

$$(5)$$

$$k'^2 \frac{P}{g} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right) = - E I \left(\frac{\partial^2 y}{\partial z^2} + h \frac{\partial^3 y}{\partial z^3} \right)$$

consideradas no ponto $z = H$ [1]

---

[1] É justa esta suposição. Efectivamente considerando nula a carga P a eq. (1) pode ser resolvida por desenvolvimento em série; analisado este desenvolvimento se infere que o efeito de gravidade não é de importância. Desconheceremos dele por conseguinte no tocante à viga.

[1] Omitindo o pormenor da tranformação lembramos que é $M = EI \frac{\partial^2 y}{\partial z^2}$ e $V = - \frac{\partial M}{\partial z} - P \frac{\partial y}{\partial z}$ e que se pode aproximadamente fazer $\phi = \frac{\partial y}{\partial z}$.

A eq. (2) a que daremos a forma [1]

$$\frac{\partial^4 y}{\partial z^4} + \frac{\theta^2}{H^2}\,\frac{\partial^2 y}{\partial z^2} = -\frac{\theta'^2}{gH^3}\,\ddot{y} \qquad (6)$$

admite como solução

$$y = (A \cos qz + B \operatorname{sen} qz + C \operatorname{ch} rz + D \operatorname{sh} rz) \operatorname{sen}(pt + \varphi) \qquad (7)$$

desde que q e r satisfaçam ao seguinte sistema que, numa forma condensada escrevemos

$$q^4 H^4 - q^2 \theta^2 H^2 = r^4 H^4 + r^2 \theta^2 H^2 = \theta'^2 \frac{p^2 H}{g} \qquad (8)$$

Desprezamos as raízes imaginárias deste sistema.

As equações (5) para $z = H$ e as equações

$$y = a \operatorname{sen}(pt + \varphi)$$

$$\frac{\partial y}{\partial z} = 0 \qquad (9)$$

para $z = 0$ constituem um sistema de 4 equações a 4 incógnitas que permite calcular as constantes A, B, C e D, desde que a e p sejam conhecidos. Não escreveremos aqui tal sistema.

Para $a = 0$ a viga oscila nos seus períodos próprios.

É neste caso p uma das incógnitas do sistema constituído pelas equações (5) e (9); além disso estas quatro equações determinam apenas relações entre as constantes A, B, C e D que permanecem indeterminadas mesmo depois do conhecimento de p.

Se igualarmos a zero o determinante dos coeficientes de A B C D do sistema constituído pelas equações (5) e (9) resulta uma equação independente deles e cuja única incógnita é p. Como por sua vez aqueles coeficientes têm termos dependentes de q e r [1] por sua vez dependentes de p segue-se que a resolução *prática* desta equação consiste em ensaiar valores de p.

Conhecido p, arbitrando um valor qualquer das constantes A, B, C ou D resultam valores definidos para as restantes o que significa que *a amplitude da vibração em regime livre resulta arbitrária.*

Estudemos alguns casos de particular interesse.

O efeito da inércia de um elemento de massa na composição do período cresce com a cota do seu centro de gravidade de modo que, casos haverá, em que o efeito da carga P será predominante e a equação diferencial (6) tomará o aspecto

$$\frac{\partial^4 y}{\partial z^4} + K\,\frac{\partial^2 y}{\partial z^2} = 0 \qquad (10)$$

em que é $K H^2 = \theta^2$. É fácil ver que sendo $q H = \theta$ a equação (10) admite a solução geral

$$y = (A_1 \cos qz + A_2 + B_1 \operatorname{sen} qz + B_2 z) \operatorname{sen}(pt + \varphi) \qquad (11)$$

A manipulação do sistema (5), (9) a partir desta solução (11), cujos pormenores omitimos, conduz as seguintes relações entre as constantes [2]

$$A_1 + A_2 = 0 \qquad (12)$$

$$B_1 \theta + B_2 H = 0$$

$$A_1 (1 - \cos\theta + c\,\theta \operatorname{sen}\theta) + B_1 (\theta u^2 + \theta - \operatorname{sen}\theta + c\,\theta - c\,\theta \cos\theta) = a$$

$$A_1 ((c\,\theta \operatorname{sen}\theta - \cos\theta) u^2 + e\,\theta \operatorname{sen}\theta) - B_1 ((c\,\theta \cos\theta + \operatorname{sen}\theta) u^2 - e\,\theta + e\,\theta \cos\theta) = 0$$

À oscilação livre corresponde o condicionamento

$$a = 0$$

---

(1) Em que $\frac{\theta^2}{H^2} = \frac{P}{EI}$ e $\frac{\theta'^2}{H^2} = \frac{mgH}{EI}$.

(1) A resolução do sistema (8) conduz a

$$\left.\begin{matrix} q^2 H^2 \\ r^2 H^2 \end{matrix}\right\} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{\theta^4 + \frac{4\,\theta'^2}{u^2}} \pm \theta^2\right) \text{ sendo } p^2 u^2 = \frac{g}{H}.$$

(2) Fazendo $c = \frac{h}{H}$ e $\sqrt{e} = \frac{k'}{H}$.

Neste caso é u uma das quantidades desconhecidas determinada pelo sistema (12); aquelas quatro equações estabelecem relações entre as constantes, que ficam perfeitamente conhecidas desde que seja conhecido u e arbitrado o valor de uma delas. Em geral a eliminação daquelas constantes conduz a uma equação em u (equação de frequência) que se obtém, egualando a zero o determinante dos coeficientes das constantes. Neste caso fàcilmente se obtém a *equação* de *frequência* eliminando as constantes que as duas últimas equações do sistema (12) apresentam. Vem pois

$$\theta\,(c\,\theta \operatorname{sen}\theta - \cos\theta)\,u^4 + $$
$$+ (\operatorname{sen}\theta - \theta\cos\theta + (c + c^2 + e)\,\theta^2 \operatorname{sen}\theta)\,u^2 + $$
$$+ e\,\theta\,(\theta \operatorname{sen}\theta + 2\cos\theta) = 2\,e\,\theta \qquad (13)$$

Esta equação de frequência dá-nos os valores de u, correspondentes à oscilação livre de uma viga rìgidamente implantada num solo rígido e suportando no seu topo um sólido rígido.

Desconheceu-se da inércia da viga. Os efeitos de gravidade e de inércia referentes a P′ foram levados na devida conta. Se a acção da gravidade sobre o corpo rígido fosse desprezada também, a equação (10) reduzir-se-ia a

$$\frac{\partial^4 y}{\partial z^4} = 0 \qquad (14)$$

de solução geral

$$y = (A_0 + A_1 z + A_2 z^2 + A_3 z^3) \operatorname{sen}(pt + \varphi) \qquad (15)$$

satisfazendo as constantes ao sistema[1]

$$A_0 = a \qquad A_1 = 0$$

$$(1 + 2\,c)\,\theta^2 . A_2 + (6\,u^2 + (1 + 3\,c)\,\theta^2)\,H . A_3 + $$
$$+ \frac{\theta^2 a}{H^2} = 0$$

$$2\,(u^2 - e\,\theta^2) . A_2 + 3\,(2\,(1 + c)\,u^2 - e\,\theta^2)\,H . A_3 = 0 \qquad (16)$$

Para $a = 0$ (oscilação livre) os valores de u possíveis satisfazem à equação que resulta da eliminação das constantes nas duas últimas equações do sistema (16)

$$12\,\frac{u^4}{\theta^4} - 4\,(1 + 3\,c + 3\,c^2 + 3\,e)\,\frac{u^2}{\theta^2} + e = 0 \qquad (17)$$

Da proporcionalidade directa entre u e θ que esta expressão exara resulta ser o período proporcional a

$$\sqrt{\frac{P H^3}{EI}} \quad (1)$$

Se a altura H da viga for dimensão preponderante, o corpo rígido pode assimilar-se a uma partícula pesada e a equação de frequência, estabelecida acima, (13) toma a forma

$$(\theta \cos\theta)\,u^4 - (\operatorname{sen}\theta - \theta\cos\theta)\,u^2 = 0 \qquad (18)$$

visto ser $c = 0$ e $e = 0$ pois $H >> h$ e $H^2 >> k'^2$.

As raízes não nulas de (18) são dadas por

$$1 + u^2 = \frac{\operatorname{tg}\theta}{\theta}$$

podendo o segundo membro desenvolver-se em série

$$\frac{\operatorname{tg}\theta}{\theta} = 1 + \frac{\theta^2}{3} + \frac{2\,\theta^4}{15} + \ldots \qquad (19)$$

Notando que é

$$\frac{\theta^2}{3} = u^2$$

---

(1) Para $z = 0$ é $\frac{\partial y}{\partial z} = 0$ $y = a \operatorname{sen}(p\,t + \varphi)$; para $z = H$ é $\frac{P}{g}(\ddot{y} + h\ddot{\phi}) = -V$; $\frac{P}{g}(k'^2)\,\ddot{\phi} = -M + V h$ e daí, notando ser $\phi \sim \frac{\partial y}{\partial z}$ e com auxílio das expressões clássicas de V e M da teoria da elasticidade vem

$$\frac{P}{g}\left(\ddot{y} + h\,\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)\right) = E\,I\,\frac{\partial^3 y}{\partial z^3}$$

$$\text{e}\ \frac{P}{g}\,k'^2\,\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{\partial y}{\partial z}\right) = -E\,I\left(\frac{\partial^2 y}{\partial z^2} + h\,\frac{\partial^2 y}{\partial z^3}\right)$$

Compare-se com (5). Utilizando (15) para a manipulação do sistema utilizado nesta nota vem (16).

(1) De $Hp^2 u^2 = g$ se conclui ser o período proporcional a $u^2 H$ e, como é $\theta^2 = \frac{P H^2}{EI}$ justificada está a afirmação anotada.

a expressão que nos dá as raízes não nulas da equação

$$12\, u^4 - 4\, \theta^2\, u^2 = 0 \qquad (20)$$

forma da equação (17) para $c = e = 0$ ficamos habilitados a constatar o efeito da gravidade, no presente caso ideal, sobre o resultante período de vibração natural. Este efeito cresce com θ sendo, como mostra (19) pequeno para reduzidos valores de θ.

O período será dado por

$$T_0 = \frac{2\pi\theta}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{H}{g}} \qquad (21)$$

no caso correspondente ao desconhecimento total da acção da gravidade e da inércia da viga e por

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\left(\frac{\operatorname{tg}\theta}{\theta} - 1\right)} \sqrt{\frac{H}{g}} \qquad (22)$$

quando só se desconhece da inércia da viga.

Estudemos agora os modos de vibração transversal duma viga elástica implantada em solo deformável em representação de um edifício ideal. Consideremos a viga de altura total

$$H + d$$

implantada até à profundidade *d* no solo, cujo comportamento elástico analisaremos.

A viga é de secção rectangular de dimensões *b* paralela a 0x e *a* paralela a 0y sendo o plano de oscilação 0zy e a superfície do solo $z = H$.

É referida pois a presente análise a um sistema de eixos coordenados rectangulares coincidindo o eixo da viga com o eixo 0z; neste eixo considera-se sentido positivo o da gravidade e a origem dos eixos coordenados localiza-se no topo da viga.

A cota ao nível do solo será pois $z = H$ e a do topo da viga $z = 0$. Antes de entrarmos no problema algumas considerações se apresentarão acerca da natureza do «solo» de implantação.

Assimila-se o solo a um meio semi-infinito elástico contínuo sem inércia apreciável. Admite-se que as pressões entre o solo e o edifício têm distribuição linear na superfície de contacto (1). A rigidez oferecida pelo solo, ao edifício nele implantado na direcção 0y será R_y (expressa em *kg* por *cm* de translação) dada por

$$R_y = (2\, b\, d + a\, b)\, \varepsilon_h \qquad \text{kg/cm} \qquad (23)$$

sendo ε_h um módulo de deformação do solo (horizontal) (2). Exprime-se ε_h em kg/cm^3. Se o peso próprio do edifício se supõe actuar naquela direcção, deslocar-se-à horizontalmente a base de

$$y_t = \frac{mgH}{R_y} \qquad \text{(cm)}$$

deslocamento este que é constante ao longo de toda a altura do edifício. Debaixo da acção do peso próprio o eixo vertical do edifício 0z inclinar-se-à mantendo-se no plano 0zy rodando em torno de um eixo paralelo a 0x e que admitimos estar à cota do terreno (3). A correspondente rigidez $R_{y\theta}$ do terreno será

$$R_{y\theta} = \varepsilon_v \frac{a^3\, b}{12} + \varepsilon_h \frac{2b\, d^3}{3} \qquad \text{(kg-cm/radiano)} \quad (24)$$

em que ε_v é o módulo de deformação do terreno (vertical). O deslocamento máximo será à cota $z = 0$ e o seu valor

$$y_r = \frac{mg\, H^3}{2\, R_{y\theta}}$$

Além do peso próprio do edifício uniformemente distribuído mg H e que produz as deflexões laterais pode ser o edifício actuado por um momento de torsão

$$m\, g\, k \qquad \text{kg.cm} \quad (4)$$

---

(1) Nas arestas e ângulos sólidos há descontinuidade nesta distribuição.

(2) Na realidade relativamente ao termo a b se deveria atribuir um módulo ε (relativo ao *corte* no plano da base do edifício) diferente de ε_h; Tomamos porém $\varepsilon = \varepsilon_h$.

(3) Jacobsen loc. cit. pág. 458.

(4) Por troço de altura unitária da viga.

em que k é o raio de giração da secção ab expresso em *cm.*, O correspondente coeficiente de rigidez (torsão) do solo medido ao nível deste é dado por

$$R_{\phi} = \left[\frac{1}{6} (a^3 + b^3) d + \frac{1}{12} (ab^3 + a^3 b) \right] \varepsilon_h \quad (kg \,.\, cm/rad) \qquad (25)$$

A base do edifício rodará em relação ao solo de

$$\frac{m\, g\, H\, k}{R_{\phi}} = \phi_S \qquad (26)$$

radianos.

Anàlogamente a (23) e (24) escreveremos

$$R_x = (2\, a\, d + a\, b)\, \varepsilon_h \qquad (27)$$

$$R_{x\phi} = \varepsilon_v \frac{a\, b^3}{12} + \varepsilon_h \frac{2\, a\, d^3}{3} \qquad (28)$$

Conhecidas a geometria do edifício, o módulo ε_h e a relação $\varepsilon_v / \varepsilon_h$ [1] podemos relacionar entre si os cinco valores R, de modo que o conhecimento de dois valores destes acarreta o conhecimento dos restantes.

Fechado este parêntesis relativo ao comportamento do solo, feito aliás com grosseira aproximação, entremos imediatamente no problema da determinação dos períodos de vibração transversal da viga.

Supõe-se esta de massa uniformemente distribuída. São constantes ao longo da viga as expressões da rigidez referentes ao corte e à flexão $\frac{GA}{Y}$ e EI respectivamente; E e G são modulos de elasticidade à flexão e ao corte; I é o momento de inércia da viga em relação à direcção de vibração.

Y é um coeficiente sem dimensões relacionado com o número de Poisson e que condiciona a deflexão motivada por *corte*.

Estando a viga em vibração a expressão da carga dinâmica será

$$f(z) = -m\ddot{y} \qquad (29)$$

(1) Em geral $10 < \frac{\varepsilon_v}{\varepsilon_h} < 100$.

sendo m a massa de um elemento da viga de altura unitária. Da teoria da flexão [1] respigaremos a expressão

$$\frac{\partial^4 y}{\partial z^4} = \frac{f(z)}{EI} - \frac{Y}{GA} \frac{\partial^2}{\partial z^2} f(z) \qquad (30)$$

que, atendendo a (29) origina a equação diferencial

$$\frac{\partial^4 y}{dz^4} - \alpha^2 \frac{\partial^4 y}{\partial z^2\, \partial t^2} = -\beta^2 \ddot{y} \qquad (31)$$

em que α^2 e β^2 são as constantes dinâmicas da viga [2]

$$m \frac{Y}{GA} = \alpha^2 \qquad \frac{m}{EI} = \beta^2 \qquad (32)$$

referentes ao *corte* e à *flexão*.

Supondo que a solução da equação (31) relativa ao movimento da viga (posta na hipótese de *conhecimento da influência da flexão e do corte e desconhecimento da acção da inércia de rotação*) é dada pela função normal [3] $\Phi(z)$ tal que

$$y = \Phi(z) \,.\, f(t) \qquad (33)$$

em que é $f(t)$ da forma

$$A_1 \cos pt + A_2 \operatorname{sen} pt \qquad (34)$$

a equação (31) apresentará, tendo tal em conta, a forma

$$\frac{\partial^4 \Phi}{\partial z^4} + \alpha^2 p^2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = \beta^2 p^2 \Phi \qquad (35)$$

equação diferencial linear de solução geral

$$y = [A \cos qz + B \operatorname{sen} qz + C \operatorname{ch} rz + D \operatorname{sh} rz]\, f(t)$$

(1) Consultar S. Timoshenko, «*Strength of Materials*» Pt. I.

(2) Exprimem-se α^2 e β^2 respectivamente em segundos ao quadrado/centímetros quadrados e segundos ao quadrado/centímetros à quarta.

(3) S. Timoshenko, *Théorie des Vibrations*.

desde que

$$q^4 - \alpha^2 p^2 q^2 = \beta^2 p^2$$
$$r^4 + \alpha^2 p^2 r_2 = \beta^2 p^2 \qquad (36)$$

Deste sistema (36) rejeitamos as raízes imaginárias.

Escrevendo as expressões que nos dão o condicionamento dos extremos da viga, obtemos um sistema de quatro equações a igual número de incógnitas; eliminando-as obtém-se a chamada *equação de frequência* (1).

Não esquecendo que se tomou o topo da viga para origem das coordenadas e que devem nele ser *nulos* os *momento flector* M e *esforço transverso* V vem (2)

$$\left[\frac{\partial^2 y}{\partial z^2}\right]_{z=0} = -\frac{M}{EI} - \frac{Y}{GA} f(z) = \frac{Y}{GA} m\ddot{y} =$$
$$= [\alpha^2 \ddot{y}]_{z=0} \qquad (37)$$

E de

$$\frac{\partial^3 y}{\partial z^3} = -\frac{V}{EI} - \frac{Y}{GA}\frac{\partial}{\partial z} f(z)$$

por idêntico caminho se obtém

$$\left[\frac{\partial^3 y}{\partial z^3}\right]_{z=0} = \left[\alpha^2 \frac{\partial^3 y}{\partial t^2\, \partial z}\right]_{z=0} \qquad (38)$$

Ao nível do solo a acção de V produzirá *o deslocamento* y dado por

$$y = \frac{V}{R_y}$$

Ora atendendo a

$$\frac{\partial V}{\partial z} = -f(z)$$

com facilidade se obtém

$$y = \tau \int_0^H \ddot{y}\, dz \quad (\text{para } z = H) \qquad (39)$$

designando τ o cociente m/R_y.

A esta mesma cota a *rotação do terreno* de implantação e o *esforço transverso* na própria viga actuam como se vai mostrar.

Atendendo a que é

$$\frac{\partial^2 M}{\partial z^2} = -f(z)$$

e, como a rotação do terreno depende do momento exercido pela viga sobre o terreno e da rigidez $R_{y\theta}$ do próprio terreno será pois

$$\frac{\partial y}{\partial z} = \frac{M}{R_{y\theta}}$$

donde com facilidade se obtém

$$\frac{\partial y}{\partial z} = \xi \int_0^H \int \ddot{y}\, dz\, dz \quad (\text{para } z = H) \qquad (40)$$

designando por ξ a fracção $-\dfrac{P}{g H R_{y\theta}}$

Por sua vez a parte respeitante a V na composição de $\dfrac{\partial y}{\partial z}$ é

$$\frac{\partial y}{\partial z} = \frac{V}{\left(\dfrac{GA}{Y}\right)} \quad (\text{p.}^{\text{a}}\ z = H)$$

de que fàcilmente achamos

$$\frac{\partial y}{\partial z} = \alpha^2 \int_0^H \ddot{y}\, dz \qquad (41)$$

Adicionando (40) e (41) vem

$$\left[\frac{\partial y}{\partial z}\right]_{z=H} = \alpha^2 \int_0^H \ddot{y}\, dz + \xi \int_0^H \int \ddot{y}\, dz\, dz \qquad (42)$$

Eliminando as constantes A, B, C e D no sistema constituído pelas equações (37), (38), (40) e (42) obter-se-ía a equação de fre-

(1) S. Timoshenko, *Théorie des Vibrations*.

(2) Partindo das expressões clássicas de *curvatura* e *variação da curvatura* duma viga. Timoshenko *Th. des Vibr.*

quência, notando que q e r se exprimem em p *via* equações (36), com a forma

$$p = F(\alpha, \beta, \tau, \xi \ldots)$$

onde as propriedades elásticas e dinâmicas da viga e a rigidez do terreno de implantação estão consideradas. Omitindo os pormenores de transformação algébrica toma F a forma

$$A_4 \operatorname{sen} qH \operatorname{sh} rH + A_3 \operatorname{sen} qH \operatorname{ch} rH + \\ + A_2 \cos qH \operatorname{sh} rH \\ + A_1 \cos qH \operatorname{ch} rH + A_0 = 0 \qquad (43)$$

em que é

$$A_0 = 2\,(\beta^2 + \tau\,\xi \cdot p^2)$$

$$A_1 = 2\,\beta^2 + (\alpha^4 - 2\,\tau\,\xi)\,p^3$$

$$A_2 = K\left(\frac{\xi}{r} - \tau r\right)$$

$$A_3 = -K\left(\frac{\xi}{q} + \tau q\right)$$

$$A_4 = -\tau\xi\,\frac{\alpha^2}{\beta}\,(p - \beta^2)$$

com $K = \alpha^4\,p^4 + 4\,\beta^2\,p$.

Supondo que o solo cede elàsticamente em referência a movimento de translação ($\tau = 0$) e é infinitamente rígido quanto aos de rotação ($\xi = 0$) a equação (43) reduz-se a

$$p\tau \cdot \operatorname{tg} \alpha\, pH = \alpha \qquad (44)$$

se se conhecer apenas da contribuição do esforço transverso para o período de oscilação livre.

Supondo que a viga é solicitada, além das forças que produzem a deflexão lateral, também pelo momento

$$\frac{Pk}{H} \quad (\text{Kg-cm})$$

o angulo da torsão produzida é dado pela expressão [1]

$$\phi = \frac{Pk}{2H\,GR_t}\,(H^2 - z^2)$$

a que corresponde o valor máximo

$$\phi_R = \frac{Pk\,H}{2\,GR_t}$$

para $z = 0$.

É k o raio de giração da secção sendo o denominador do segundo membro o dobro da rigidez torsional em kg-cm^2.

Na equação (44) desconhece-se da influência da flexão na gestão oscilatória o que não vem alterar a resposta torsional do edifício absolutamente estranha aquela quando flecte como um todo. Nestas condições defenindo os coeficientes (torsão) pelas expressões

$$\alpha_\phi = \sqrt{\frac{2k\,\phi_R}{gH^2}}$$

e

$$\tau_\phi = \frac{k\,\phi_S}{R_\phi}$$

substituindo em (44) α e τ respectivamente por α_ϕ e τ_ϕ vem

$$p\sqrt{\frac{2k\,\phi_R}{g}} \cdot \operatorname{tg} p\sqrt{\frac{2k\,\phi_R}{g}} = 2\,\frac{\phi_R}{\phi_S}$$

equação que, recordando ser $pT = 2\pi$ nos permite determinar os períodos das oscilações de torsão de uma viga implantada em solo elástico em função da relação

$$\frac{\phi_S}{\phi_R}$$

Com facilidade se verifica que a equação (44) origina as equações

$$\operatorname{tg} H\sqrt{\beta p} = \operatorname{th} H\sqrt{\beta p} \quad (\tau \to \infty,\ \xi = 0) \qquad (44\text{-a})$$

[1] Sobre R_t vid. Timoshenko «*Strenght of Materials*», Van Nostrand, 1930 vol. I pág. 77 e vol. II pág. 623.

$$\operatorname{tg} \alpha p H = 0 \qquad (\tau \to \infty, \xi = 0) \qquad (44\text{-b})$$

$$\operatorname{tg} \alpha p H = \frac{\alpha^3 P}{\xi} \qquad (\xi \neq 0, \tau = 0) \qquad (45)$$

$$\operatorname{tg} H \sqrt{\beta p} = \operatorname{th} H \sqrt{\beta p} \; (\xi \to \infty, \tau = 0) \qquad (45\text{-a})$$

$$\operatorname{tg} \alpha p H = 0 \qquad (\xi \to \infty, \tau = 0) \qquad (45\text{-b})$$

nas hipóteses de claro significado físico condensadas nos parêntesis, desconhecendo-se, do corte para exclusivamente se considerar a flexão em (44-a) e (45-a) e inversamente nas restantes.

Mais alguns casos particulares merecerão a nossa atenção.

Assim para $\tau = \xi = 0$ (solo rígido em rotação e em translação) a equação (43) toma o aspecto

$$\cos q H \operatorname{ch} r H - \frac{p \sqrt{\rho}}{p^2 + 2\rho} \operatorname{sen} q H \operatorname{sh} r H + \frac{2\rho}{p^2 + 2\rho} = 0 \quad \text{em que é} \quad \rho = \frac{\beta^2}{\alpha^4}.$$

A resolução desta equação transcendente determina as frequência dos modos de vibração transversal da viga, rìgidamente encastrada, conhecendo-se da influência do *corte* e da *flexão*. Levando mais longe a simplificação desconhecendo-se do corte vem [1]

$$\cos H \sqrt{\beta p} \operatorname{ch} H \sqrt{\beta p} = -1 \qquad (46)$$

equação que pode ser satisfeita por uma infinidade de valores de $H \sqrt{\beta p}$ de que podemos obter resultados com o grau de aproximação que se pretender. Os valores sucessivos de $H \sqrt{\beta p}$ são

$$1{,}8751 \,;\; 4{,}6944 \,;\; 7{,}8548 \,;\; \sim \frac{7}{2}\pi \;\sim\; \frac{9}{2}\pi \quad \text{etc.}$$

A partir destes *via*

$$\sqrt{\beta p}$$

(1) É, neste caso, $\rho = \infty$ $q = r = \sqrt{\beta p}$

se determinam os períodos. O período fundamental correspondente a 1,8751 será pois

$$T_0 = 1{,}787 \sqrt{\frac{P H^3}{E I g}} \qquad (46\text{-a})$$

Finalmente se pode notar que as relações

$$\frac{T_i}{T_0}$$

são dadas pela sucessão

1 0,1595 0,05699 0,02908 0,01759 etc.,

sendo a partir do 4.º termo mui pequeno o erro introduzido ao tomar os inversos dos quadradosd os números ímpares 7, 9, 11 etc., pelos valores exactos.

Desconhecendo da flexão e dentro do restante critério de simplificação vem [1]

$$\cos \alpha p H = 0 \qquad (47)$$

Esta equação, bem conhecida da teoria das vibrações transversais das vigas de dimensões transversais predominantes, admite a sucessão de raízes

$$\alpha p H = \frac{\pi}{2}, \; \frac{3}{2}\pi \quad \text{etc.}$$

donde vêm para T os valores

$$4 \alpha H, \frac{1}{3} 4 \alpha H, \text{etc.}$$

atendendo a que é $p = 2\pi f$ e $T f = 1$.

Recorrendo à expressão que definiu α e notando que a deflexão máxima inerente exclusivamente a acções de corte, produzida numa viga encastrada com uma carga estática uniformemente distribuída da mesma intensidade que o peso dum troço unitário da viga é dada por

$$[y_c]_{max} = \left[\frac{Y P}{2 A G H} (H^2 - z^2) \right]_{z=0}$$

(1) É neste caso $\rho = r = 0$ $q = \alpha p$.

vem para o período fundamental o valor

$$T_o = \frac{5{,}657}{\sqrt{g}} \sqrt{[y_c]_{max}} \qquad (47\text{-a})$$

Os períodos dos outros modos serão [1]

$$\frac{T_o}{3} \quad \frac{T_o}{5} \quad \frac{T_o}{7} \quad \ldots$$

Anàlogamente (46) nos levaria a expressões do período em função da deflexão exclusivamente dependente da flexão.

Assim seria

$$T_o = 0{,}162 \sqrt{[y_f]_{max}} \qquad (46\text{-b})$$

sendo

$$[y_f]_{max} = \frac{P H^3}{8 E I}$$

a deflexão em *cm* correspondente à flexão. Os períodos dos sucessivos modos de vibração são [2].

$$\frac{T_o}{6{,}27} \quad \frac{T_o}{17{,}6} \quad \frac{T_o}{34{,}4} \sim \frac{T_o}{7^2} \sim \frac{T_o}{9^2} \quad \ldots$$

como atrás dissemos.

Os períodos das oscilações referentes à torsão podem igualmente deduzir-se da equação (47) desde que tomemos para α o valor [3] α_ϕ dado por

$$\alpha_\phi^2 = \frac{P k^2}{g R_t G H}$$

O período do modo fundamental é dado por

$$T_o = \frac{5{,}657}{\sqrt{g}} \sqrt{k \phi_R} \qquad (48)$$

---

(1) Teórica validez para

$$\frac{H}{a} = 0$$

(2) Teórica validez para $\frac{H}{a} = \infty$

(3) As oscilações torsionais não são influenciadas pela flexão; envolvem, como se sabe acções de corte e de torsão.

e os restantes com este estão relacionados de forma simples de exprimir

$$\frac{T_o}{3}, \quad \frac{T_o}{5}, \quad \frac{T_o}{7} \quad \ldots$$

É aconselhável por ser de grande proveito a aplicação desta análise a um caso concreto [1].

Façamos

$$[y_f]_{max} = \mu [y_c]_{max}$$

Em geral pode-se afirmar que para uma viga rìgidamente encastrada, predomina a acção do corte no composição dos períodos de oscilação dos modos elevados à medida que μ aumenta [2]. Para o modo fundamental deve-se considerar a influência simultânea do corte e da flexão na confecção da resultante situação oscilatória. No caso das vigas de secção quadrada, em geral pode-se desconhecer da acção do corte na composição do modo fundamental a não ser que sejam de insignificante esbelteza; para os outros modos de vibração são de considerar as duas actuações (corte e flexão).

E assim podemos dizer que para os edifícios de proporções usuais a consideração exclusiva da acção de corte com desconhecimento da contribuição da flexão conduz a uma maior exactidão na determinação dos modos de vibração superiores ao segundo do que se se atendesse exclusivamente à flexão.

Para o cálculo do período do modo fundamental são de considerar o corte e a flexão.

Se for

$$[y_t]_{max} = \upsilon [y_c]_{max}$$

em que o primeiro membro representa a deflexão do terreno (translação). É interessante a análise dum caso concreto [3] para se sentir a influência do compor-

---

(1) Jacobsen, loc. cit.

(2) Excluída a hipótese de grande esbelteza da viga.

(3) Jacobsen loc. cit.

tamento elástico do terreno de implantação na composição dos períodos.

À medida que υ cresce indefinidamente assim cresce o período do modo fundamental de vibração da viga. É de notar também que o período correspondente ao segundo modo de vibração, correspondente a implantação em terreno rígido ($\upsilon = o$), se aproxima do período do modo fundamental de uma viga com os extremos livres [1] à medida que υ cresce. Verifica-se também que as relações entre o período fundamental e os períodos dos modos superiores de vibração crescem com υ (em geral). Os casos teóricos correspondentes à exclusiva intervenção de flexão ou do corte na composição dos períodos na hipótese de $\tau = \xi = 0$ (solo rígido) podem corresponder a casos de realidade (solo deformável). Interessante é de notar que nem sempre haverá casos em que os valores da curva

$$\left[\frac{T_o}{T_i}\right]_{\tau, \xi = 0} \qquad \text{(solo rígido)}$$

obtidos dentro de hipóteses simplificativas envolvendo o desconhecimento da flexão ou do corte corresponderão a valores da curva

$$\frac{T_o}{T_i} = f(\nu) \qquad \text{(solo elástico)}$$

que mais contacta com a realidade.

Do que se acaba de ver deve ficar bem vincada a opinião de que o período é governado não só pelas propriedades elásticas e de inércia da estrutura como também pelo comportamento elástico do solo.

A presente teoria foi para aqui trazida com carácter esclarecedor de opinião no campo das vibrações [1].

Tem esta teoria o mérito de trazer a contribuição para a organização do processo oscilatório de um conjunto de factores que fazem luz preciosa na interpretação de resultados experimentais que se apresentavam discordantes em relação a primitiva teoria assente em simplificações que iam além do razoável. Fixemos pois que *para a maioria dos edifícios é de considerar a contribuição dos 4 factores citados* (α, β, ξ e τ) *para a predeterminação dos períodos de vibração natural.*

Se esta teoria sob o ponto de vista quantitativo — determinação do valor de p dos edifícios — pode ser considerada deficiente ou melhor, pouco exacta [2], já o mesmo se não pode dizer relativamente a outros aspectos da questão como, por exemplo, as relações entre o período fundamental e os modos superiores, a variação do período com o comportamento elástico do solo, etc. Supondo [3] a concentração da massa nos andares e atribuindo ao edifício pilares hipotéticos [4] que englobem a rigidez dos elementos construtivos dos andares a que se encontram estamos, para certos casos, em presença dum esquema mais aceitável de representação da edificação normal.

O sistema a analisar será constituído por N pavimentos de massa m suportados por pilares de rigidez K. É um sistema de N graus de liberdade.

Despreza-se a tracção e a compressão nos pilares [5] e a possibilidade da fundação

---

(1) Da equação (43) se deduzem as correspondentes a extremos livres. Vem, para ($\tau = \xi = \infty$)

$$\cos q H \operatorname{ch} r H + \frac{p}{2\sqrt{\rho}} \operatorname{sen} q H \operatorname{ch} r H = 1$$

considerando a acção simultânea da flexão e do corte.

Desconhecendo da acção do corte esta transforma-se em

$$\cos H\sqrt{\beta p} \operatorname{ch} H\sqrt{\beta p} = 1$$

Prevalecendo a consideração do corte com exclusividade

$$\cos \alpha p H = 1$$

(1) Os edifícios estão longe de satisfazer às condições de simetria e da distribuição uniforme de massa com que contamos ao iniciar a exposição. A suposta constância das propriedades elásticas ao longo do eixo dos zz também está longe da realidade.

(2) Por carência de concordância, note-se bem, entre a viga ideal e o edifício.

(3) Comentários ao trabalho de Jacobsen atrás citado «*Natural Periods of Uniform Cantilever Beams*» por Merit P. White in Proceedings of American Society of Civil Engineers, vol. 64, n.º 10, pág. 2055.

(4) Representam a rigidez e não a estrutura do edifício.

(5) Equivale a dizer que se despreza a flexão do edifício como um todo.

ceder. Se o edifício estiver vibrando num «*modo n*» normal de vibração em que cada ponto está em movimento harmónico simples de frequência p e além disso em fase com os restantes poderá no instante t ser defenida a posição do ponto material que encerra a massa do andar i pela expressão

$$y = \delta_i \operatorname{sen}(pt - \psi)$$

em que δ_i a amplitude do movimento e p e ψ a pulsação e o ângulo de fase referentes ao «modo n» de vibração. A correspondente aceleração será

$$\ddot{y} = -p^2 \delta_i \operatorname{sen}(pt - \psi)$$

O equilíbrio do andar i de massa m é dado por

$$mp^2 \delta_i + K(\delta_{i+1} - 2\delta_i + \delta_{i-1}) = 0$$

sendo δ_{i+1} e δ_{i-1} as amplitudes referentes aos andares contíguos e no instante de máximo desvio defenido por sen $(pt - \psi) = 1$ (1).

Para as N massas se estabelece o sistema homogéneo

$$\begin{aligned}
&C\delta_1 - \delta_2 = 0 \\
&-\delta_1 + C\delta_2 - \delta_3 = 0 \\
&-\delta_2 + C\delta_3 - \delta_4 = 0 \qquad (49) \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots \\
&-\delta_{N-2} + C\delta_{N-1} - \delta_N = 0 \\
&-\delta_{N-1} + (C-1)\delta_N = 0
\end{aligned}$$

em que é $2K - m p^2 = KC$ a equação que define C; notar que para o andar mais elevado é

$$m p^2 \delta_N + K(-\delta_N + \delta_{N-1}) = 0$$

e para o primeiro é

$$m p^2 \delta_1 + K(\delta_2 - 2\delta_1) = 0$$

por aplicação do princípio de d'Alembert.

As incógnitas são

$$\delta_1, \ \delta_2, \ \ldots\ldots \ \delta_N, \ C$$

Arbitrando uma relação

$$\frac{\delta_i}{\delta_j}$$

restam $(N - 1)$ relações desta natureza que com C transtornam o sistema (49) num sistema de N equações a N incógnitas.

Igualando a zero o determinante dos coeficientes obtém-se uma equação de grau N em C cujas raizes correspondem às N frequências do sistema. A. G. Webster em *Dynamics*, 2.ª ed. pág. 167 (1) simplifica a resolução do problema. A equação de frequência assim obtida e recorrendo a substituições trigonométricas apropriadas é dada por

$$p = 2\sqrt{\frac{K}{m}} \cdot \operatorname{sen}\left(\frac{2n-1}{2N+1}\right)\frac{\pi}{2} \qquad (50)$$

$$n = 1, 2 \ldots N$$

Para $n \ll N$ pode-se tomar o ângulo pelo seu seno e vem

$$p = \frac{(2n-1)\pi}{2N}\sqrt{\frac{K}{m}} \qquad (50\text{-a})$$

(1) K é, por definição, a força em quilogramas que produz uma deflexão unitária relativa entre dois pisos.

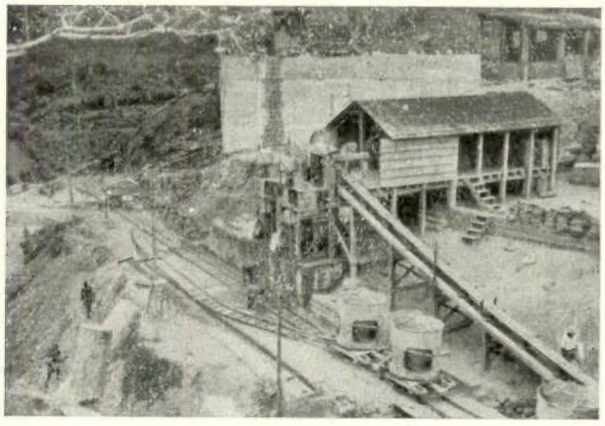
(1) Citação de M. P. White loc cit, pág. 2058.

(Continua)

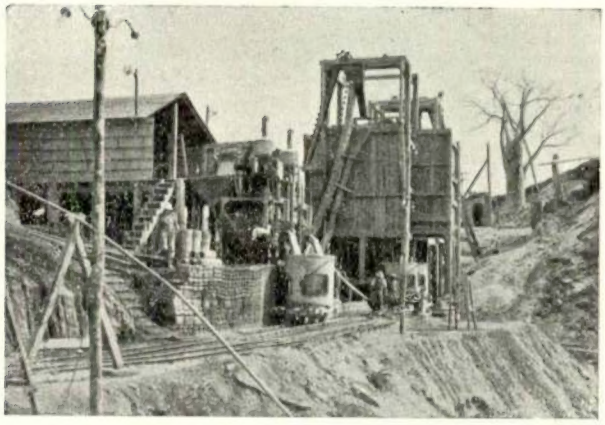
APROVEITAMENTO HIDROELÉCTRICO DAS MABUBAS EM ANGOLA

Vista de conjunto: barragem, ensecadeira e estaleiro na margem direita

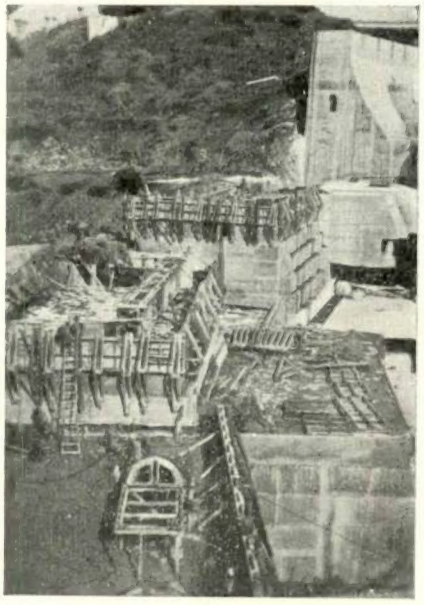
Corpo central e encontro da margem esquerda



Instalação do fabrico de betão



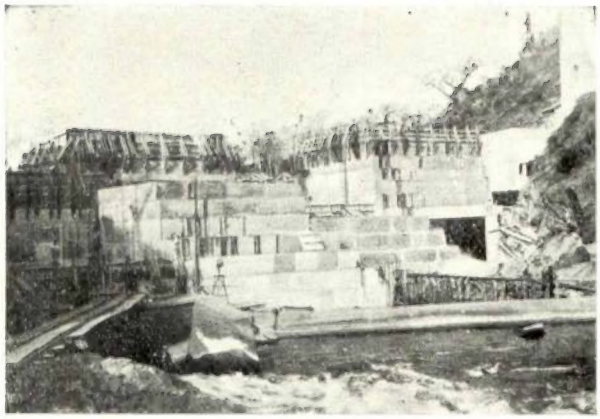
Outro aspecto da instalação de betonagem: silos e betoneiras



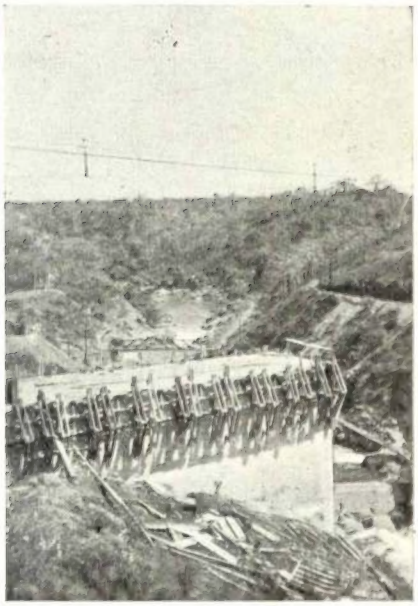
Outro aspecto do corpo central e encontro da margem esquerda

Outro aspecto de betonagem do corpo central da barragem

Corpo central da barragem — paramento de montante



Vista do corpo central da barragem tirada de juzante



Outro aspecto do encontro da margem esquerda vendo-se ao fundo o rio Dande

Em Angola, e nos chamados «rápidos das Mabubas» do rio Dande, encontra-se em construção uma barragem que, constituindo uma das maiores obras de engenharia levadas a cabo nas nossas colónias, se destina a fornecer 50,7 milhões de kwh. à cidade de Luanda.

Este aproveitamento hidroeléctrico fica situado a cerca de 70 km de Luanda. A barragem tem 40 m de altura e um desenvolvimento de crista de cerca de 280 m.

A nossa capa e a página gráfica mostram vários aspectos da construção desta barragem, que deve ficar terminada nos primeiros meses de 1952.

H. PARRY & SON, L.DA

SEDE: 6, AV. 24 DE JULHO - LISBOA

Telef.: 64187 (4 Linhas) 66065
Teleg.: NÁVIOS-LISBOA

CONSTRUÇÕES
E REPARAÇÕES
NAVAIS

DOCAS SECAS

Execução de qualquer trabalho de
mecânica, electricidade, fundição, caldeiraria, forja, soldadura, etc.

DESENHOS
PROJECTOS
ORÇAMENTOS